



Universidad
Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería Mecánica

TRABAJO FIN DE GRADO

ANÁLISIS Y ENSAYO DE FUERZAS Y PARES EN UN DISPOSITIVO DE LEVITACIÓN ACTIVA

Autor: Miguel Castejón López

Director: Efrén Díez Jiménez

Madrid, Junio de 2014

Título: Análisis y ensayo de fuerzas y pares en un dispositivo de levitación activa

Autor: Miguel Castejón López

Director: Efrén Díez Jiménez

EL TRIBUNAL

Presidente: Tardío López, Miguel Modesto

Vocal: Sanz Sánchez, Susana

Secretario: Moreno Fernández-Cañadas, Lorena

Realizado el acto de defensa y lectura del Trabajo Fin de Grado el día ____ de _____
de 20____ en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de
Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE

Agradecimientos

En primer lugar tengo que reconocer y agradecer a mi tutor Efrén Díez Jiménez, no sólo el conocimiento y las competencias que ha sido capaz de transmitirme durante el tiempo que he trabajado con él, sino también su paciencia y disposición a hacerlo. Ha sido muy satisfactorio trabajar con él en este proyecto.

Además, quiero agradecer a mi madre y a mi padre el esfuerzo que llevan haciendo tanto tiempo para que mis hermanas y yo tengamos la mejor educación posible, y su apoyo durante este tiempo.

Resumen

En ingeniería mecánica, uno de los principales problemas que aparecen en elementos móviles son los asociados a fenómenos tribológicos. Fricción, desgaste y lubricación deben ser siempre cuidadosamente analizados en los diseños de máquinas y mecanismos para garantizar la vida de los mismos. Un enfoque a la hora de abordar estas cuestiones, son los dispositivos de levitación sin contacto entre componentes móviles, que eliminan cualquier desgaste debido a estos fenómenos.

En este proyecto se expone el análisis de la fuerza de levitación y pares en un dispositivo de levitación activa generada por corrientes de Foucault. Estas corrientes se generan en una pista conductora sobre la que gira un conjunto de imanes permanentes en *Halbach array*. Se desarrolla el diseño y se propone un modelo de simulación por elementos finitos en ANSYS Maxwell. Además, se fabrica y ensaya un prototipo para obtener resultados experimentales del funcionamiento del dispositivo y compararlos con el modelo propuesto.

De los resultados obtenidos, se observa un incremento lineal de la fuerza de levitación con la velocidad de giro y una disminución parabólica de la fuerza de levitación con la separación entre los imanes y la pista. Para la configuración ensayada más propicia, a 3000rpm y una separación de 4mm, se consigue una fuerza de levitación de 75N y transmitir un par de 1.4Nm.

Abstract

In mechanical engineering, one of the main problems that arise when dealing with mobile components is those associated with tribology. Friction, wear and lubrication should always be analysed in detail during machine or mechanism design to guarantee their functioning during their service life. An approach to dealing with these problems, are levitating, contactless devices that prevent any wear due to this phenomena.

This project presents the analysis of the forces and torques acting in an active levitation device. This device achieves levitation through generation of Eddy currents generated in a track of electric conductor when a group of permanent magnets arranged in *Halbach array* is made to rotate over the track. The design of this device is developed and a finite element model in ANSYS Maxwell to simulate the behaviour of the device is proposed. In addition, a prototype of the device is built and tested to obtain experimental results of the device's functioning, to then compare these forces and torques of the tests to that of the theoretical model.

According to the gathered results, there exists a linear increase of the levitation force with the rotational speed, and a parabolic decrease of the levitation force with the gap between the track and the magnets. For the most appropriate tested configuration at 3000rpm and a gap of 4mm, a 75N levitation force and 1.4Nm torque were generated.

Índice general

Capítulo 1 –Objetivos y motivación.....	- 7 -
1.1 Objetivos	- 7 -
1.2 Motivación	- 7 -
1.3 Estructura de la memoria.....	- 8 -
Capítulo 2 –Introducción a la levitación	- 10 -
2.1 Tipos de levitación	- 10 -
2.2 Levitación magnética	- 10 -
2.2.1 Levitación magnética	- 11 -
2.2.2 Levitación pasiva por superconductividad	- 13 -
2.2.3 Levitación eléctrica o por corrientes de Foucault.....	- 14 -
Capítulo 3 –Idea conceptual y diseño	- 16 -
3.1 Desarrollo del concepto.....	- 16 -
3.2 Desarrollo del diseño.....	- 16 -
Capítulo 4 –Modelo de elementos finitos	- 19 -
4.1 Introducción y proceso de resolución.....	- 19 -
4.2 Desarrollo teórico.....	- 20 -
4.2.1 Cálculo de campos magneto-estáticos.....	- 20 -
4.2.2 Cálculo de campos magnéticos transitorios	- 21 -
4.2.3 Cálculo de fuerzas y pares.....	- 22 -
4.3 Modelos de simulación.....	- 22 -
4.3.1 Modelo magneto-estático	- 22 -
4.3.2 Resultados simulación magneto-estática.....	- 31 -
4.3.3 Modelo transitorio	- 33 -
4.3.4 Resultados simulación transitoria.....	- 35 -
4.3.5 Comparación del modelo con los resultados de computación numérica.....	- 39 -
Capítulo 5 –Prototipo y equipo experimental	- 41 -
Capítulo 6 –Resultados experimentales	- 45 -
6.1 Mediciones de ensayo	- 45 -
6.2 Comparación modelo - experimento	- 49 -
6.3 Interpretación de los resultados.....	- 52 -
6.3.1 Dependencia de la fuerza de levitación con la velocidad de giro.....	- 52 -
6.3.2 Dependencia de la fuerza de levitación con el gap.....	- 53 -
Conclusiones	- 54 -

Conclusion.....	- 55 -
Referencias	- 56 -
Anexos.....	I
Anexo A: Planos de los componentes	I
A.1: Plano del soporte de los imanes	I
Anexo A.2: Planos de la placa conductora.....	II
Anexo B: Resultados mediante computación numérica de la Universidad de Pisa	III

Índice de figuras

Figura 1.- Equilibrio sobre una esfera en levitación por un jet inclinado de aire.....	10 -
Figura 2.- Levitación acústica mediante ondas sónicas estacionarias	10 -
Figura 3.- Levitación óptica de una carga eléctrica mediante un haz de láser vertical	10 -
Figura 4.- Configuración de los dipolos magnéticos en un material diamagnético, con y sin campo externo aplicado.....	11 -
Figura 5.- Configuración de los dipolos atómicos con y sin campo externo aplicado para un material paramagnético	12 -
Figura 6.- Dependencia de la resistividad en función de la temperatura para conductores convencionales y superconductores cerca del cero absoluto.....	13 -
Figura 7.- Levitación de una carga en un campo eléctrico cuadripolar. U_{DC} compensa el peso de la partícula. [Izquierda]. Levitación de un dipolo magnético en un campo magnético H generado por dos bobinas. (<i>Trampa</i> magnética [Derecha]).	15 -
Figura 8.-Esquema básico del concepto con los 16 imanes de N35 en <i>Halbach Array</i>	17 -
Figura 9.- Vistas de modelo CAD del ensamblaje de imanes en pieza de sujeción.....	18 -
Figura 10.- Conjunto de imanes y placa metálica en ANSYS Maxwell	23 -
Figura 11.- Esquema de la región de envoltura.....	24 -
Figura 12.- Objetos discretizados del modelo para realizar la simulación.....	24 -
Figura 13.- Comparación de modelo preliminar con región de envoltura de tamaño inadecuado con modelo optimizado. Misma escala	25 -
Figura 14.- Campo de flujo magnético en el plano XY	26 -
Figura 15.- Campo de flujo magnético en el plano XZ.....	26 -
Figura 16.- Verificación de las orientaciones de los imanes según <i>Halbach Array</i>	27 -
Figura 17.- Mallado inicial conseguido manualmente en un modelo preliminar.....	28 -
Figura 18.- Flujo de cálculo iterativo para soluciones magneto-estáticas [6]	29 -
Figura 19.- Proceso de refinamiento del mallado en el modelo estático. 5, 10, 15 y 20 iteraciones completadas (De arriba a abajo).....	30 -
Figura 20.- Variación del número de elementos total de mallado con cada iteración.....	31 -
Figura 21.- Variación de la energía total del sistema con cada iteración	31 -
Figura 22.- Variación del error de energía con cada iteración	32 -
Figura 23.- Convergencia de las fuerzas verticales hasta equilibrio	32 -
Figura 24.- Convergencia de los momentos hasta equilibrio	32 -
Figura 25.- Esquema mostrando parámetros del problema	34 -
Figura 26.- Variación de la posición con el tiempo	35 -
Figura 27.- Evolución del par con el tiempo en imanes y placa metálica	36 -
Figura 28.- Fuerza en X vs tiempo.....	36 -
Figura 29.- Fuerza en Y vs el tiempo	36 -
Figura 30.- Fuerza de levitación en función del tiempo para la configuración estándar.....	37 -
Figura 31.- Evolución del para para el caso de 1 mm de separación	37 -
Figura 32.- Dependencia del par con el valor de <i>gap</i> a 3000 rpm.....	38 -
Figura 33.- Fuerza de levitación en función del tiempo para configuración estándar con placa de cobre.....	40 -
Figura 34.- Fuerza de levitación según el modelo computacional del Anexo B.....	40 -
Figura 35.- Imanes montados en posición <i>Halbach</i>	42 -
Figura 36.- Marco de la estructura del dispositivo.....	42 -

Figura 37.- Conjunto del eje con el sensor de velocidad y placas soporte	43 -
Figura 38.- Ensamblaje final del dispositivo	44 -
Figura 39.- Montaje de dispositivo. (1) Motor. (2) Conjunto de imanes. (3) Placa conductora. (4) Sensor de velocidad. (5) Célula de carga. (6) Display de la fuerza. (7) Controlador del motor.	44 -
Figura 40.- Perfil de la velocidad de giro durante la medida de fuerza. Los tramos horizontales representan los instantes de medición.	45 -
Figura 41.- Variación de diseño con el <i>gap</i> máximo de 10 mm.....	46 -
Figura 42.- Fuerza de levitación en función de la velocidad de giro. <i>Gap</i> = 4 mm	46 -
Figura 43.- Fuerza de levitación en función del <i>gap</i> a 3000 rpm	47 -
Figura 44.- Dependencia de la fuerza con la velocidad para distintos valores de <i>gap</i>	47 -
Figura 45.- Dependencia de la fuerza con el <i>gap</i> para distintas velocidades	48 -
Figura 46.- Evolución de la fuerza de levitación para un <i>gap</i> de 2 mm.....	49 -
Figura 47.- Comparativa de resultados teóricos con experimentales a 3000 rpm.....	50 -
Figura 48.- Comparativa de resultados teóricos con experimentales a 1800 rpm.....	51 -

Índice de tablas

Tabla 1.-Propiedades magnéticas del N35	17 -
Tabla 2.-Características del conductor eléctrico	18 -
Tabla 3.- Tipos de soluciones ANSYS Maxwell [6]	20 -
Tabla 4.- Configuración de los parámetros del <i>setup</i> para las simulaciones estáticas	29 -
Tabla 5.- Configuración de los parámetros del <i>setup</i> para las simulaciones transitorias	33 -
Tabla 6.- Valores de par transmitido a distintas separaciones	38 -
Tabla 7.- Comparación de parámetros entre modelos	39 -
Tabla 8.- Especificaciones técnicas de los imanes de neodimio	41 -
Tabla 9.- Comparativa de resultados teóricos con experimentales	49 -

Capítulo 1

Objetivos y motivación

1.1 Objetivos

El principal objetivo del presente proyecto consiste en crear un modelo apropiado para simular el comportamiento de dispositivos de levitación activa; es decir, obtener las fuerzas y pares resultantes del sistema y su variación en función de una serie de parámetros de interés, cuya influencia es analizada a lo largo del proyecto. Básicamente, dicho dispositivo consiste en un conjunto de imanes permanentes que al rotar sobre una pista de conductor metálico, induce una fuerza resultante neta de levitación, y un par asociado.

Para construir este modelo se utiliza el programa de elementos finitos ANSYS Maxwell, con el cual se llevan a cabo la serie de simulaciones que permiten calcular la fuerza de levitación y el par asociado, en función de las variables del sistema.

Además, con el propósito de contrastar, refinar y finalmente validar el modelo teórico se realiza paralelamente el ensayo y análisis experimental del dispositivo, obteniendo resultados análogos a los calculados teóricamente para un rango equivalente de variables del sistema.

Adicionalmente, se compararán los resultados de la simulación y los experimentales con los obtenidos mediante nuevas técnicas de elementos finitos sin mallado en colaboración con el departamento de Ingeniería electromecánica de la Universidad de Pisa (Italia).

1.2 Motivación

En ingeniería mecánica, uno de los principales problemas que aparecen en elementos móviles son los asociados a fenómenos tribológicos. Fricción, desgaste y lubricación deben ser siempre cuidadosamente analizados en los diseños de máquinas y mecanismos para garantizar la vida de los mismos.

Recientemente, en el departamento de ingeniería mecánica, se está abordando el problema tribológico desde un punto de vista diferente. Usando dispositivos de levitación en donde los elementos móviles se mueven sin contacto, se consigue eliminar cualquier desgaste asociado al movimiento, fricciones y necesidad de lubricación. Existen distintos fenómenos físicos y distintas configuraciones dependiendo de cada aplicación de conseguir una fuerza de levitación o sustentación magnética en un dispositivo o en

aplicación a distintos mecanismos. El dispositivo que se analiza, en concreto, consigue la levitación al disponer un conjunto de imanes con una orientación específica y en rotación que genera unos campos magnéticos alternantes y producen corrientes de Foucault o parásitas en un conductor metálico o pista. Al fluir esas corriente en la pista y forzar los campos magnéticos a interactuar con ellas, se produce una repulsión que utilizamos como fuerza de levitación.

Aunque el fenómeno electromagnético descrito es conocido y ya está implementado en diferentes aplicaciones prácticas como por ejemplo los freno basados en corriente parásitas, sus posibles ventajas o inconvenientes y, sobre todo, el alcance de su aplicación a un dispositivo y en un sistema de las características del aquí estudiado en concreto, está por determinar.

Por tanto, con el fin de estudiar dicho potencial y caracterizar el comportamiento del dispositivo se divide el objetivo principal en los siguientes sub-objetivos:

- Estudiar el estado del arte sobre levitación magnética y posibles aplicaciones.
- Realizar el diseño del dispositivo con el conjunto de imanes, la pista de conductor metálico y el sistema del mecanismo magnético.
- Plantear el modelo de simulación en ANSYS Maxwell y refinar el método hasta encontrar un compromiso conveniente entre complejidad y precisión del modelo.
- Preparar el prototipo real y el equipo necesario para realizar el experimento del dispositivo y obtener resultados equivalentes a los calculados con el software.
- Comparar resultados del modelo con resultados experimentales.
- Comparar resultados del modelo con resultados de computación numérica.

1.3 Estructura de la memoria

En línea con los objetivos del proyecto se ha planteado esta memoria de forma que, después de haber introducido el proyecto y repasado el estado del arte de la levitación magnética, se mostrará el concepto del dispositivo, explicará el modelo de elementos finitos, para luego presentar el método experimental y finalmente comparar y comentar los resultados obtenidos con cada metodología.

En base a este procedimiento se ha estructurado el trabajo en los siguientes capítulos:

-Capítulo 1: Objetivos, motivación y estructura del proyecto. Se da una breve descripción del contexto del trabajo y la organización de su presentación.

-Capítulo 2: Resumen elemental de los fundamentos del magnetismo, tipos de levitación magnética y estado del arte.

-Capítulo 3: Se introduce la idea conceptual del dispositivo y diseño CAD del mismo.

-Capítulo 4: Descripción, explicación y desarrollo del modelo de simulación en ANSYS Maxwell.

-Capítulo 5: Se muestra el prototipo real y el equipo experimental utilizado para verificar el modelo de cálculo.

-Capítulo 6: Resultados experimentales obtenidos a partir de mediciones con el prototipo y comparación con resultados teóricos.

Capítulo 2

Introducción a la levitación

2.1 Tipos de levitación

Se conocen distintos efectos físicos que posibiliten la flotación libre de un sólido incluso de materia líquida, pertenecientes a ramas de la física como la aerodinámica, la acústica, la óptica o, por supuesto, la electricidad y el magnetismo. Se ha demostrado posible hacer levitar materia con jets de gas, ondas sónicas o por rayos láser. Sin embargo, y más comúnmente, también es conocido que los conductores eléctricos levitan en campos suficientemente intensos de ondas en el rango de la radiofrecuencia, que las partículas con carga eléctrica levitan en campos eléctricos alternos o que es posible hacer levitar un imán sobre un superconductor o viceversa.

Entre las aplicaciones de la levitación se encuentran los cojinetes sin rozamiento, la fusión y procesamiento de materiales metálicos o cerámicos sin contenedor a temperaturas de hasta 2000 K e investigación de los materiales, el transporte terrestre de alta velocidad, la espectroscopia monoatómica o de micro-partículas, el ensayo de nuevos materiales superconductores, o ensayos de deformación plástica y fluencia causadas por fuerzas centrífugas altas sobre esferas rotadas a alta velocidad. [1]

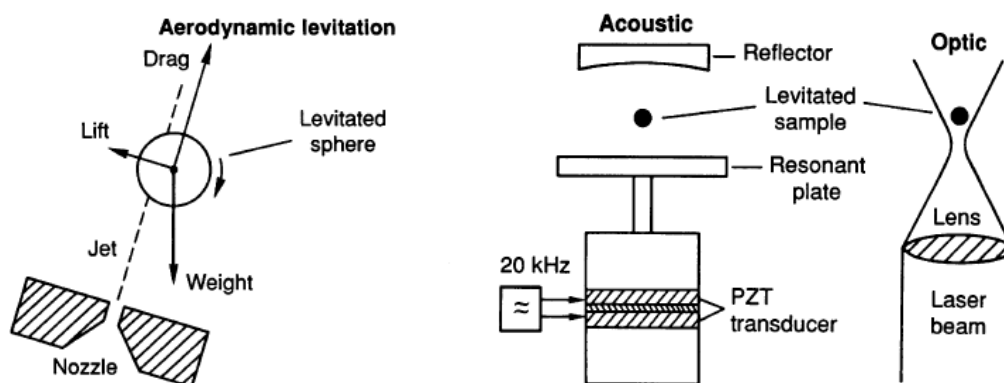


Figura 1.- Equilibrio sobre una esfera en levitación por un jet inclinado de aire

Figura 2.- Levitación acústica mediante ondas sónicas estacionarias

Figura 3.- Levitación óptica de una carga eléctrica mediante un haz de láser vertical

2.2 Levitación magnética

Entre los tipos de levitación previamente descritos son de mayor relevancia al trabajo aquí expuesto los de origen y carácter electromagnético. Es importante mencionar que, con frecuencia, el reto al trabajar con dispositivos de levitación no es tanto encontrar campos de fuerza que consigan la fuerza de levitación sin contacto, sino que además sean

estables. El objeto que levita no debe experimentar fuerzas laterales sin que se generen fuerzas que restauren su posición de equilibrio. Conseguir levitación realmente estable sin consumo energético solamente es posible en presencia de campos magnéticos. Los mecanismos de levitación que no sean de carácter intrínsecamente estable no se incluyen en la clasificación que sigue.

En este sentido es relevante hacer referencia al teorema de Earnshaw de 1842, que demuestra que la levitación o suspensión estable de un cuerpo introducido en un campo estático de fuerzas atractivas o repulsivas, en el que la fuerza varía con la inversa del cuadrado de la distancia, es imposible [2]. Ejemplos comunes de aplicación de este teorema incluyen fuerzas entre dos partículas con carga eléctrica, monopolos magnéticos y la fuerza de la gravedad. El aspecto clave a destacar del enunciado del teorema es el carácter estático del campo de fuerza en cuestión. De hecho, sí es posible, por ejemplo, conseguir levitaciones estables entre cargas en un campo eléctrico oscilante.

2.2.1 Levitación magnética

Antes de describir los distintos mecanismos de levitación magnética es de utilidad introducir brevemente las clases de comportamiento magnético observadas en distintos materiales, ya que dependiendo de las propiedades magnéticas de un material se consigue generar levitación por distintos mecanismos.

Ferromagnetismo es el comportamiento observado en ciertos materiales metálicos que poseen un momento magnético permanente aún en ausencia de un campo externo, mostrando así magnetizaciones permanentes y relativamente altas debidas al spin descompensado de los electrones de la estructura atómica del material.

El diamagnetismo es un comportamiento magnético de menos intensidad, de carácter no permanente y presente únicamente en la presencia de un campo externo, debida a la modificación que causa el campo externo en las órbitas de los electrones del material. La magnitud del campo magnético inducido es pequeña y su dirección opuesta al campo externo.

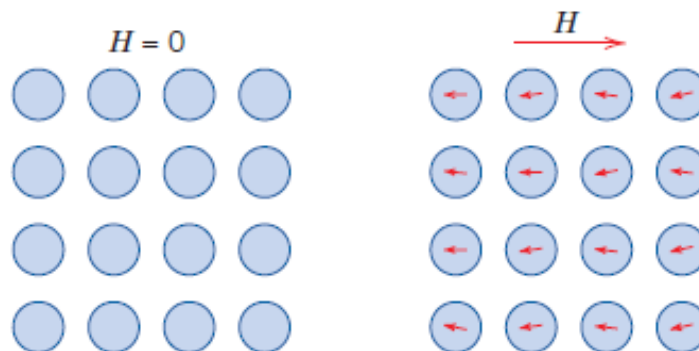


Figura 4.- Configuración de los dipolos magnéticos en un material diamagnético, con y sin campo externo aplicado

El *paramagnetismo*, causado por descompensaciones aleatorias del spin y las órbitas de los electrones, es un tipo de magnetismo permanente y débil. Debido a la aleatoriedad de las descompensaciones, el material no muestra un momento magnético neto a escala macroscópica.

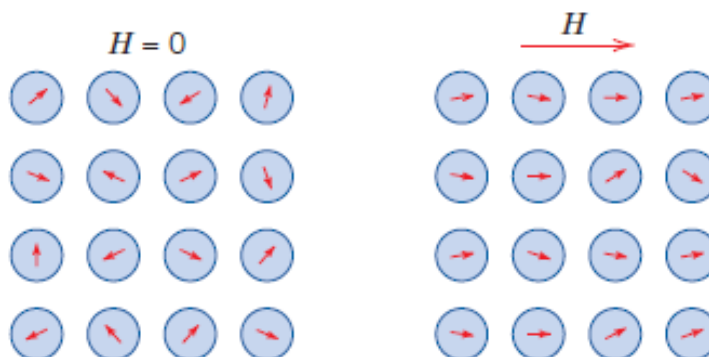


Figura 5.- Configuración de los dipolos atómicos con y sin campo externo aplicado para un material paramagnético

Los materiales *ferrimagnéticos* muestran propiedades similares a los ferromagnéticos, con la diferencia que el origen del momento magnético que muestran viene de la diferencia en el spin de los electrones de los distintos átomos que forman las moléculas del material. Se observa en algunas cerámicas.

En los materiales no ferromagnéticos tiene lugar un acoplamiento entre los dipolos magnéticos de los átomos de la estructura atómica del material. Los materiales en los que este acoplamiento resulta en una alineación antiparalela (es decir, a cada ion le rodean iones alineados en direcciones opuestas) de los momentos, se denominan materiales *antiferromagnéticos*. El momento magnético global es nulo. [3]

Como ocurre con la levitación causada por campos electrostáticos descrita posteriormente, está demostrado que los campos estáticos no pueden tener puntos máximos absolutos. Sin embargo, sí pueden darse puntos mínimos, como los mostrados en la *Figura 7*. Por tanto, es posible que un material diamagnético con permeabilidad relativa menor a uno, o un superconductor con permeabilidad nula, levite establemente al ser atraído por el punto mínimo del campo.

También existen otros mecanismos de levitación magnética resultante de la física cuántica, aunque para levitaciones a más grande escala como levitación de trenes u objetos más pesados hay otros tipos de levitación que han sido ensayadas con éxito:

- i. Levitación activa por materiales ferromagnéticos en repulsión, combinados por guías horizontales y control electromagnético.
- ii. Levitación pasiva de superconductores basada en materiales diamagnéticos ideales en estado Meissner (ver 2.2.2)
- iii. Levitación causada por corrientes de Foucault generadas en un conductor. Principio de funcionamiento de un motor de inducción lineal.

- iv. Suspensión por electroimanes en corriente directa con control con electrónica de potencia. Usado en transporte ferroviario en Alemania.

2.2.2 Levitación pasiva por superconductividad

El fenómeno de la superconductividad se descubrió en 1911. Fuertes fuerzas de repulsión dan lugar a un tipo de levitación relativamente estable y silenciosa. Aunque no requiere aportación directa de energía, sí requieren enfriamiento del superconductor.

En principio, con los superconductores convencionales era necesario y costoso conseguir helio líquido a una temperatura de 4.2 K. Mientras que a partir del descubrimiento de los superconductores basados en óxidos de cerámicas, con temperaturas críticas superiores a los 100 K, se disminuyó el coste de los ensayos al poder usar nitrógeno líquido que a presión atmosférica condensa a 77 K.

A temperaturas inferiores a la temperatura crítica del superconductor T_C , la resistencia del material tiende a anularse. Este fenómeno se explica por interacciones atractivas entre parejas de electrones cuyos movimientos se coordinan, haciendo que la disipación de energía térmica por vibración se hace altamente ineficiente, disminuyendo la resistividad.

El comportamiento de los superconductores clasificados como tipo I responde al efecto Meissner, es decir, en estado de superconductor se convierten en materiales diamagnéticos, excluyendo el campo magnético del seno del material, cuando el campo H , aumenta hasta el campo crítico H_C , el flujo magnético atraviesa el material y la conductividad es la convencional.[1]

Los superconductores clasificados como tipo II, también son completamente diamagnéticos y excluyen el campo magnético, pero la transición de superconductores a estado normal es gradual y sucede entre un rango de temperaturas críticas. [4]

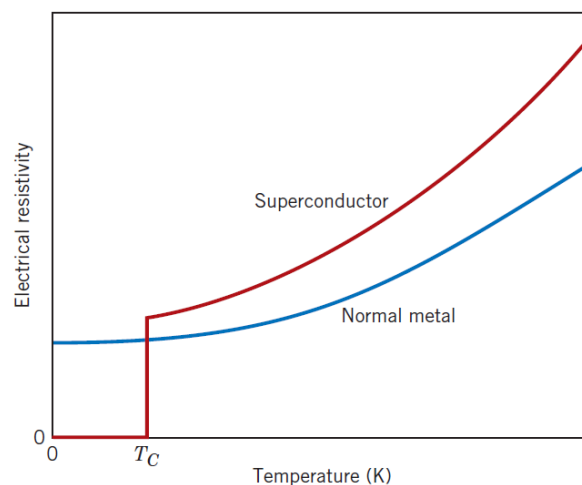


Figura 6.- Dependencia de la resistividad en función de la temperatura para conductores convencionales y superconductores cerca del cero absoluto

La levitación que se consigue entre un imán y un superconductor admite distintas caracterizaciones:

- i. Levitación rígida: una vez en suspensión, un superconductor disipa energía principalmente por corrientes de Foucault al cambiar de posición, por ello, se comporta de forma análoga a un objeto sumergido en arena. Puede mantenerse en equilibrio en distintas posiciones y orientaciones sin rotar ni oscilar.
- ii. Levitación en órbita: para imanes con simetría rotacional en torno al eje vertical, el superconductor puede mantenerse en rotación alrededor del eje únicamente frenado levemente por la disipación de corrientes de Foucault en la fijación del imán.
- iii. Levitación con oscilación: es posible levitar un superconductor con leve amortiguación cerca del eje de simetría del imán o cerca de los puntos donde el campo H , cambia de cuadrante en al menos una ordenada espacial. La magnitud de la amortiguación es proporcional a la amplitud de la oscilación.

Debido a las temperaturas necesarias para alcanzar el estado de superconductor, las aplicaciones de estos mecanismos de levitación se hallan principalmente en laboratorios, para investigación o experimentos de alta precisión. [1]

2.2.3 Levitación eléctrica o por corrientes de Foucault

Para conseguir mantener un equilibrio estable es necesario que ante un pequeño desplazamiento del cuerpo en suspensión genere fuerzas que lo compensen y devuelvan a su posición neutra. Los mecanismos de levitación no electromagnéticos de la *Figura 1*, *Figura 2* o *Figura 3* necesitan una aportación energética para mantener el equilibrio estático de levitación estable, ya que son estados disipativos y no se generan las fuerzas compensatorias. Esta situación se mantiene en el caso de campos eléctricos estáticos en el vacío o en aire.

Sin embargo, la afirmación no es cierta para campos eléctricos oscilantes. Varios casos de levitación estables son posibles en campos eléctricos que varían con el tiempo:

- i. A altas frecuencias de oscilación ν , la levitación de partículas dieléctricas es posible para tamaños de partícula del orden de, o mayores que la longitud de onda del campo magnético, c/ν .
- ii. El campo magnético generado por campos eléctricos transitorios u oscilantes, posibilita, para el rango de la radiofrecuencia, la levitación de cuerpos conductores por las corrientes de Foucault que se inducen en el conductor.
- iii. Para campos eléctricos que oscilan a bajas frecuencias (del orden de $\nu=60\text{ Hz}$), donde el campo puede considerarse quasi-estático, también es posible obtener un punto estable de levitación debido a la particularidad de un efecto dinámico interesante. Para un campo eléctrico transitorio con variación sinusoidal cuya fuerza es proporcional a la distancia de su origen, una partícula con carga q , y masa m , oscila con cierto desfase respecto al campo, de tal manera que,

promediando a lo largo del tiempo, resulta una fuerza compensatoria. Esta técnica de levitación se emplea para atrapar micro-partículas en la posición de equilibrio del campo y estudiar su emisión de fotones, o para atrapar iones en frío.

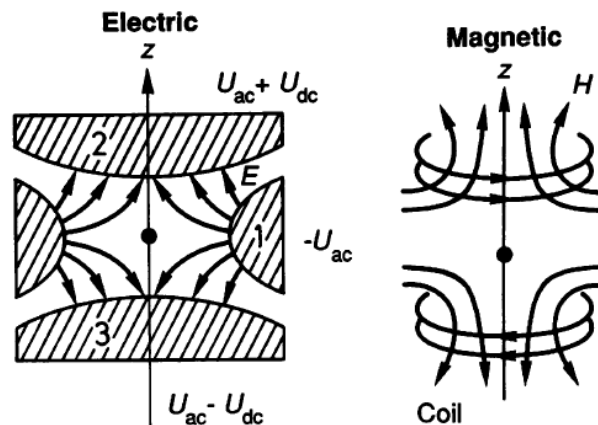


Figura 7.- Levitación de una carga en un campo eléctrico cuádrupolo. U_{dc} compensa el peso de la partícula. [Izquierda]. Levitación de un dipolo magnético en un campo magnético H generado por dos bobinas. (*Trampa magnética* [Derecha]).

- iv. Otro tipo de sustentación por medio de campos eléctricos dinámicos emplea circuitos RLC diseñados de tal manera que la fuerza de atracción entre los electrodos de la capacitancia aumente proporcionalmente a la distancia entre ellos. Este método se ha aplicado al diseño de giroscopios en el vacío. [1]

La levitación de los dispositivos estudiados en este proyecto se genera por corrientes de Foucault o parásitas. El carácter alternante del campo magnético lo proporciona la rotación del conjunto de imanes con orientaciones que se repiten simétricamente sobre la pista de conductor en la que se inducen las corrientes. Concretamente, el campo magnético oscila a cuatro veces la velocidad de rotación del conjunto de imanes. Por ejemplo, a 3000rpm (50Hz), el campo magnético oscila a 200Hz.

Capítulo 3

Idea conceptual y diseño

3.1 Desarrollo del concepto

El concepto del sistema a proyectar, se realiza con el objetivo de conseguir un diseño que permita evaluar el alcance del dispositivo, a la vez que mantenga su complejidad a niveles que permitan su simulación teórica y ensayo práctico dentro del contexto de este trabajo.

El dispositivo de levitación a examinar, se basa en el mecanismo de levitación generado por la interacción entre una pista de conductor y un conjunto de imanes permanentes adecuadamente dimensionados y posicionados. El movimiento relativo entre los imanes y el conductor, causa una variación en el flujo magnético que atraviesa el conductor, lo que genera una fuerza electromotriz e induce corrientes de Foucault o parásitas en la pista conductora.

Dicho movimiento relativo entre ambos componentes del sistema se logra al fijar el conjunto de imanes al eje de un motor e impidiendo, a su vez, el movimiento libre de la pista de conductor sobre la que rota.

Además, se ha de tener en cuenta a la hora de preparar el análisis experimental, el equipo necesario no sólo para poner el dispositivo en funcionamiento sino también para realizar las medidas necesarias para el posterior estudio, análogas a las que se obtendrán de las simulaciones.

El esquema básico del concepto se muestra en la *Figura 8*.

3.2 Desarrollo del diseño

En primer lugar ha de tenerse en cuenta como elemento fundamental del dispositivo, las características de los imanes a emplear para generar las corrientes eléctricas en el conductor. Han de ser de un material ferromagnético, o sea, imanes permanentes, que cuanta más resistencia a la desmagnetización, es decir, mayor remanencia y mayor coercitividad tenga, mayor fuerza de levitación generará.

En un principio, por ser adecuados y estar a disposición para ser utilizados en los ensayos, se utilizan diez y seis imanes de neodimio de grado 35, con propiedades según la *Tabla 1*.

Los imanes están dispuestos en una configuración llamada *Halbach array*, conocida y de común uso en aplicaciones con imanes permanentes para aumentar el campo magnético en el lado del dispositivo en que se desea concentrar el campo y

conseguir la levitación, al crear una magnetización con simetría rotacional. Este patrón puede observarse en la *Figura 8*, donde las flechas indican la orientación de cada imán.

Tabla 1.-Propiedades magnéticas del N35

Material	Neodimio
Calidad	35
Remanencia [Tesla, T]	1.17 – 1.21
Coercitividad, bHc [kA/m]	860 – 915
Coercitividad, iHc [kA/m]	≥ 955
Producto energético $(B \cdot H)_{\text{máx.}}$ [KJ/m ³]	263 – 279
Temperatura máxima de servicio [°C]	80

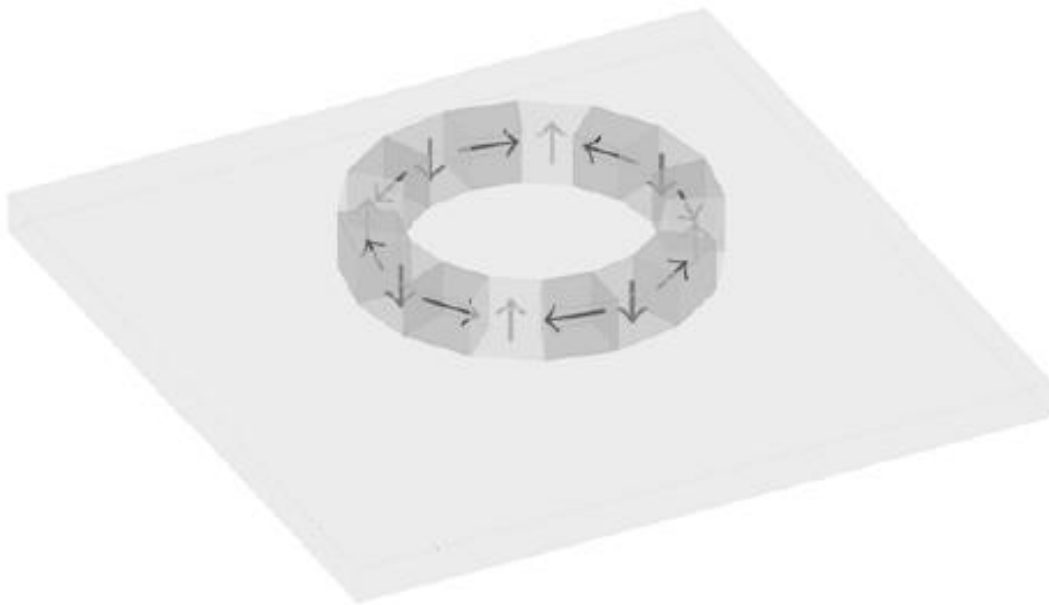


Figura 8.-Esquema básico del concepto con los 16 imanes de N35 en *Halbach Array*

El otro componente del sistema involucrado en la generación de la fuerza de levitación es la pista de conductor eléctrico. En reposo, ya que el aluminio exhibe un comportamiento paramagnético, no existe fuerza magnética significativa entre conductor e imanes. Sin embargo, una vez se ponga en movimiento el conjunto de imanes, el flujo magnético que atraviesa en conductor variará con el tiempo, generando corrientes en el conductor.

En cuanto a los parámetros de diseño del conductor, la intensidad y distribución de las corrientes inducidas y por tanto la fuerza de levitación, se ven afectadas principalmente por las dimensiones del conductor, y la conductividad eléctrica del material. En la *Tabla 2* se muestran las principales características del conductor elegido para desarrollar el concepto.

Tabla 2.-Características del conductor eléctrico

Geometría	Placa rectangular
Dimensiones [mm]	300 x 500 x 4
Material	Aluminio
Permeabilidad relativa μ	1
Conductividad eléctrica [S/m]	3.8×10^7
Densidad [kg/m ³]	2689

Una vez definidos los rasgos principales de los imanes y el conductor, se continúa por plantear el conjunto de elementos complementarios que permitan completar el sistema. No son imprescindibles para el modelo teórico de elementos finitos, ya que se puede simular el movimiento de cada componente individualmente y controlar cada grado de libertad por separado, pero sí posteriormente para la realización de los ensayos.

Entre estos componentes se incluyen principalmente la sujeción del conjunto de imanes, el motor que genere la rotación de los imanes o el eje que conecte el motor a la sujeción.

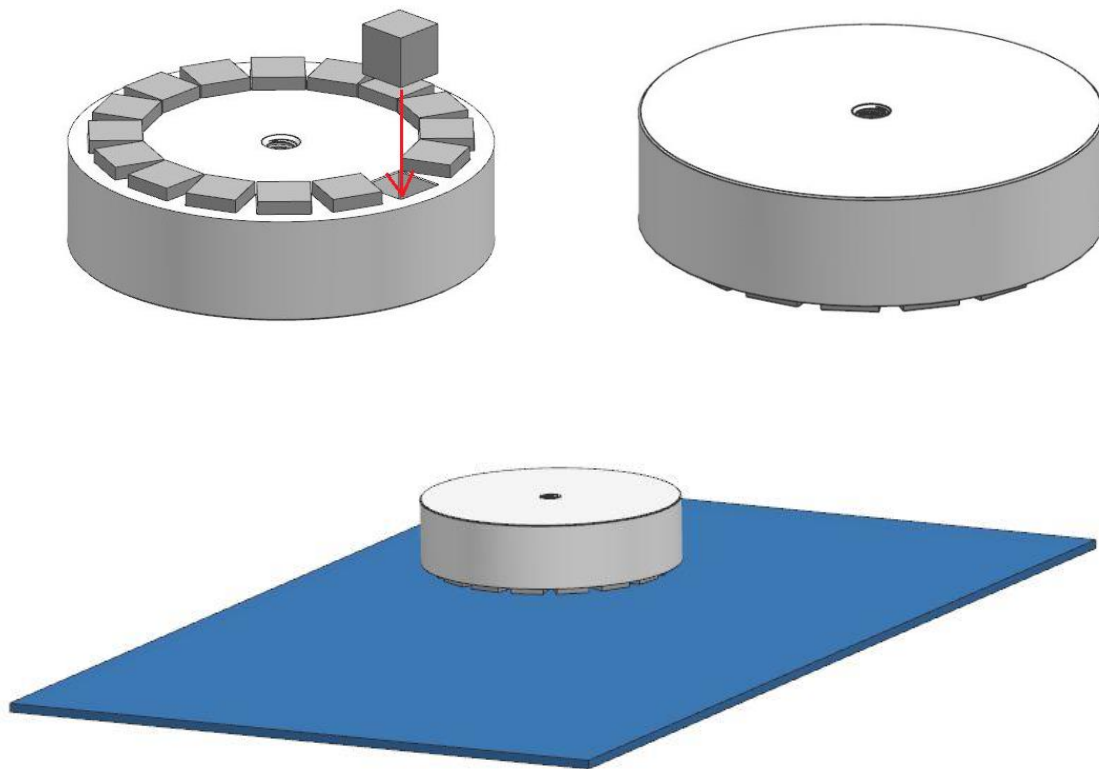


Figura 9.- Vistas de modelo CAD del ensamblaje de imanes en pieza de sujeción

A la pieza de sujeción, además de los diez y seis huecos para colocar los imanes se le añade una rosca para unirse al eje del motor. Se pueden encontrar los planos de esta pieza y de la placa metálica en aluminio en el *Anexo A*.

Capítulo 4

Modelo en elementos finitos

4.1 Introducción y proceso de resolución

Una vez desarrollada la idea conceptual y definido acordemente el diseño del sistema, es necesario trasladar los componentes al modelo de simulación e implementar el funcionamiento del dispositivo con el método de elementos finitos.

Para ello se emplea el software de cálculo electromagnético ANSYS Maxwell 15.0, que resuelve las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento electromagnético al dividir cada sólido, o medio continuo en pequeños elementos y nodos a los que se aplican las ecuaciones, obteniendo las soluciones solicitadas en todo el espacio definido. El procedimiento genérico de simulación, por tanto, puede definirse mediante el siguiente flujo de pasos:

- i. Dividir el problema de medios continuos en componentes formados por elementos que se unen entre sí en los puntos llamados nodos
- ii. Dimensionar cada componente individualmente y posicionar relativo al resto de componentes
- iii. Añadir propiedades de material a cada componente
- iv. Definir el tipo de condiciones de contorno de campo magnético entre cada componente, aplicados a sus caras delimitantes
- v. Aplicar, en su caso, excitaciones externas como corrientes o voltajes a los componentes que lo consientan
- vi. Agregar los parámetros que se pretende obtener resultantes de la aplicación de las ecuaciones del electromagnetismo a cada nodo
- vii. Seleccionar condiciones del mallado, es decir, de los elementos discretos en los que se dividen los componentes
- viii. Especificar la configuración de resolución dependiendo del tipo de solución
- ix. Opcionalmente diseñar una simulación paramétrica en función de alguna de las variables del problema
- x. Resolver y postprocesado de los resultados

Este procedimiento admite desviaciones menores según el tipo de problema y resolución con la que se esté trabajando. Para problemas en 3D, el software admite un total de seis tipos de solución con sus particularidades, explicadas en la *Tabla 3*.

Tabla 3.- Tipos de soluciones ANSYS Maxwell [6]

Soluciones magnéticas:	
Magneto-estática	Calcula campos magnéticos estáticos generados por: <ul style="list-style-type: none"> - Corrientes DC en conductores - Campos magnéticos estáticos aplicados externamente - Imanes permanentes
Corrientes de Foucault	Calcula campos electromagnéticos generados por: <ul style="list-style-type: none"> - Corrientes alternas AC - Campos magnéticos externos que varíen con el tiempo
Transitoria	Calcula campos magnéticos transitorios debidos a: <ul style="list-style-type: none"> - Corrientes o voltajes transitorios, en movimiento o no - Imanes permanentes y/o bobinas, en movimiento o no - Circuitos externos acoplados, en movimiento o no
Soluciones eléctricas:	
Electroestática	Calcula campos electroestáticos debidos a: <ul style="list-style-type: none"> - Distribuciones de cargas estáticas - Potenciales aplicados
Conductor DC	Calcula campos eléctricos estacionarios causados por: <ul style="list-style-type: none"> - Excitaciones de corrientes eléctricas - Potenciales aplicados
Transitoria eléctrica	Calcula campos eléctricos transitorios causados por: <ul style="list-style-type: none"> - Potenciales transitorios aplicados - Densidad de carga o volumen de carga total - Corrientes transitorias

4.2 Desarrollo teórico

De aplicación al dispositivo de levitación aquí estudiado, son las simulaciones magneto-estáticas y las transitorias según la *Tabla 3*.

4.2.1 Cálculo de campos magneto-estáticos

Aunque la naturaleza del problema es transitoria, las simulaciones magneto-estáticas son de utilidad para calibrar las fuerzas y pares en reposo entre los componentes del sistema y conseguir un mallado adecuado imprescindible para la validez de la solución transitoria. En las simulaciones estáticas se permite calcular el campo magnético, H en cada punto, la distribución de corriente, J y derivar el campo de flujo magnético, B . Además, resultantes de estos campos se calculan las fuerzas, pares, energía o inductancia.

La fuente del campo magneto-estático son los imanes permanentes de neodimio y en nuestro problema, el campo eléctrico está restringido a los componentes modelados como conductores eléctricos reales, por lo que la distribución del campo magnético depende de la distribución espacial de las permeabilidades de los componentes. No se consideran variaciones temporales y movimientos de los componentes.

Las ecuaciones que se aplican para resolver el problema, según el método de elementos finitos [6] son las dos ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{E4.1})$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{E4.2})$$

Además, ha de cumplirse la siguiente ecuación constitutiva de los materiales:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0\mu_r\vec{H} + \mu_0\vec{M}_p \quad (\text{E4.3})$$

4.2.2 Cálculo de campos magnéticos transitorios

Una vez refinado el mallado y configurados los componentes se plantea el modelo transitorio. Análogamente a la simulación estática, en la que la fuente del campo magnético estático es el conjunto de imanes permanentes estático, en la simulación transitoria, el campo magnético variable tiene su origen en la dinámica de los imanes permanentes.

El software, al igual que en la simulación estática, permite obtener el campo magnético, H , la distribución de corriente, J y deriva el campo de flujo magnético, B , aunque además, computa fuerzas, pares, energía, velocidad, posición, la variación de flujo magnético y la fuerza electromotriz generada.

En la simulación se calculan corrientes de Foucault en todos los conductores, tanto en la parte estacionaria del sistema como en los componentes en movimiento. Las simulaciones dinámicas se clasifican, en amplios términos, en traslativas o rotacionales. Esta distinción tiene implicaciones importantes en cuanto al refinamiento del mallado que ocurre en cada diferencial de tiempo de simulación en el caso traslativo, pero sin embargo no ocurre en las simulaciones con movimiento de rotación. La malla inicial debe ser lo suficientemente capaz de captar los efectos físicos que sucedan a lo largo de la simulación completa.

Las ecuaciones del electromagnetismo de Maxwell que se aplican a la resolución de problemas transitorios de baja frecuencia [6] son:

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma(\vec{E}) \quad (\text{E4.4})$$

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{dB}{dt} \quad (\text{E4.5})$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{E4.2})$$

En cuanto a la discretización del tiempo necesaria para los problemas de carácter transitorio, se utiliza un esquema de pasos hacia atrás [6]:

$$\left\{\frac{dx}{dt}\right\}^{t+\Delta t} = \frac{\{x^{t+\Delta t}\} - \{x\}^t}{\Delta t} \quad (\text{E4.6})$$

4.2.3 Cálculo de fuerzas y pares

Tanto para el modelo estático como para el modelo transitorio, se hace el cálculo de las fuerzas y pares virtuales una vez se han calculado los campos magnéticos. Para ello se utiliza el principio del trabajo virtual y se aplican las ecuaciones mostradas a continuación:

$$F = \left. \frac{dW(s,i)}{ds} \right|_{i=const} = \frac{\partial}{\partial s} \left[\int_V \left(\int_0^H B \cdot dH \right) dV \right] \quad (\text{E4.7})$$

Donde W es la energía magnética del sistema, i es la corriente, constante en cada diferencial de tiempo, s es el desplazamiento en la dirección en que se desea calcular la fuerza, y finalmente H y B son los campos magnéticos calculados según el apartado anterior.

En el caso en el que el desplazamiento s , se computa como un ángulo de rotación θ , lo que se calcula es el par virtual sobre el objeto, T , al que se aplica el cálculo:

$$T = \left. \frac{dW(\theta,i)}{d\theta} \right|_{i=const} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\int_V \left(\int_0^H B \cdot dH \right) dV \right] \quad (\text{E4.8})$$

En la aplicación del teorema de trabajos virtuales al cálculo en elementos finitos, para cada diferencial de tiempo en la simulación transitoria, se mantiene la corriente y el objeto fijo, distorsionando los elementos triangulares sobre la superficie del objeto. La variación en energía magnética con la que se calculan fuerzas y pares del sistema, resulta de la suma en la variación de energía de cada uno de estos elementos triangulares en la superficie.

4.3 Modelos de simulación

4.3.1 Modelo magneto-estático

Como se ha desarrollado en la descripción teórica del software y la aplicación de las ecuaciones del electromagnetismo de Maxwell al método de elementos finitos, durante la resolución de una simulación dinámica transitoria, en la que el movimiento sea de carácter rotatorio, no tiene lugar un refinamiento del mallado en cada intervalo temporal. Por ello, se precisa un procedimiento de preparación de la simulación transitoria. Tras distintas probaturas explicadas posteriormente, se define que este procedimiento consista en realizar previamente una simulación equivalente en estático con las siguientes finalidades:

- i. Comprobar el posicionamiento relativo entre los componentes y sus dimensiones
- ii. Optimizar la geometría y tamaño de los componentes que no forman parte del dispositivo físicamente, pero son necesarios para la simulación
- iii. Evaluar la convergencia y el error de la solución
- iv. Calibrar el equilibrio de fuerzas y pares del sistema en reposo
- v. Conseguir un mallado adecuado para ser utilizado en la simulación transitoria

Para comenzar, siguiendo las indicaciones anteriores, se crean los modelos geométricos de los dos componentes físicos del dispositivo, es decir, los diez y seis imanes y la pista metálica que se muestran en la *Figura 10*.

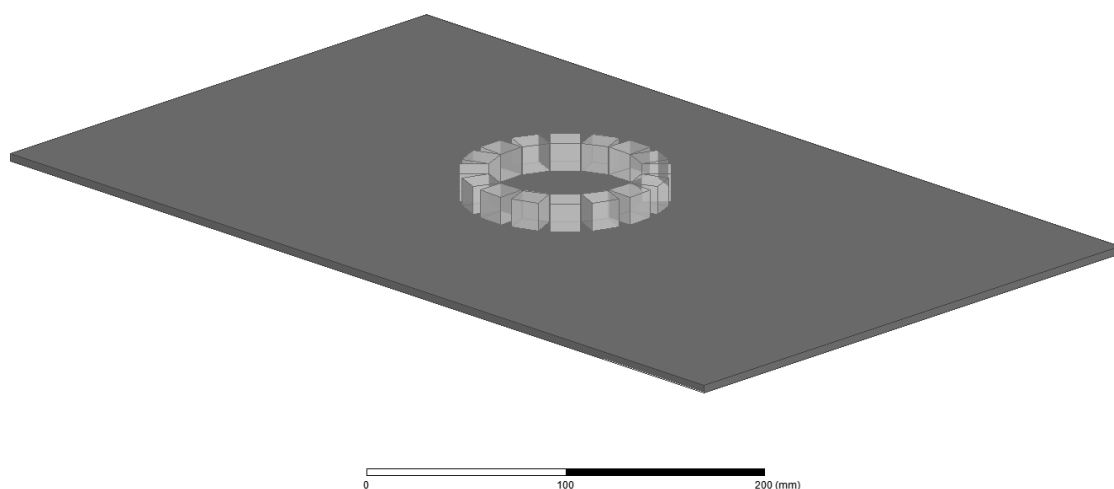


Figura 10.- Conjunto de imanes y placa metálica en ANSYS Maxwell

Hasta ahora, pues, están discretizadas las regiones del espacio ocupadas por imanes y conductor, pero es necesario separar dos regiones del espacio más:

- Región de envoltura o *background*: delimita la zona del espacio en la que se va a simular el problema, como se muestra en la *Figura 11*. Por tanto, ha de englobar a todos los demás componentes y tener una permeabilidad relativa unitaria (como el vacío y asumiblemente el aire). Como condición de contorno se acepta la condición por defecto del software: campo magnético tangencial nulo. Esta asunción implica que la región de envoltura es lo suficientemente amplia como para despreciar el campo magnético que atraviesa sus caras, lo cual se comprobará posteriormente.

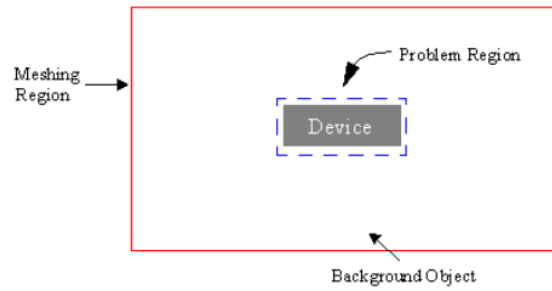


Figura 11.- Esquema de la región de envoltura

- **Región móvil o *band*:** Separa las zonas estáticas del espacio de las zonas en movimiento, en otras palabras, contiene todos los objetos que cambian de posición. En este caso, engloba al conjunto de imanes, excluyendo y sin estar en contacto con la pista. Además, ha de ser un poliedro regular por cuestiones propias del software. La *Figura 12* muestra el conjunto de los componentes necesarios para realizar la simulación.

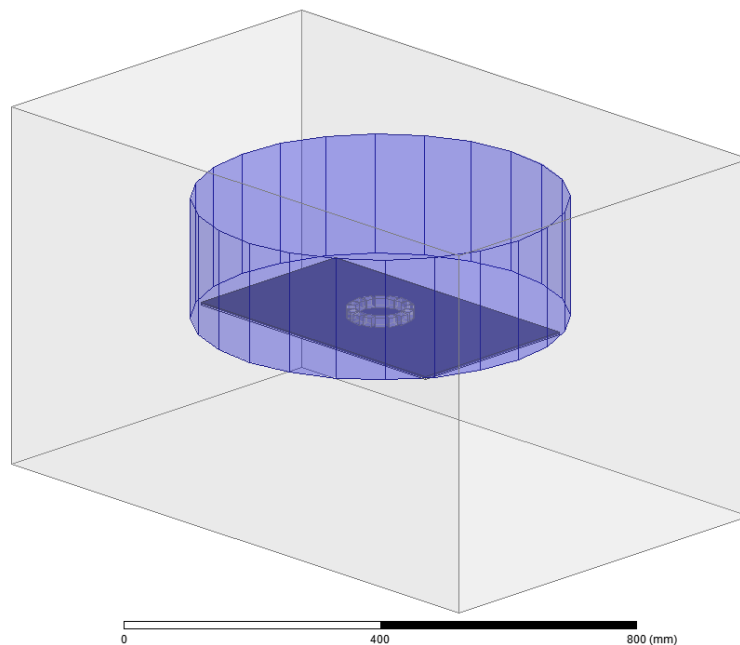


Figura 12.- Objetos discretizados del modelo para realizar la simulación

La geometría del grupo de imanes y de la placa metálica se establece durante el desarrollo del concepto y por tanto no varía entre una simulación y otra. No obstante, el tamaño de la región de envoltura y la región móvil forman parte de la configuración del modelo y afectan a los resultados. Por una parte, si se crease una región de envoltura excesivamente pequeña, la condición de contorno de campo magnético tangencial nulo no se mantendría, lo que distorsionaría los resultados. Por contrario, si la región se sobredimensionase, se usarían elementos y nodos del mallado en zonas del espacio que

no aportan variación a la solución, perdiendo resolución en las zonas de mayor importancia y aumentando el tiempo de computación.

En modelos iniciales, antes de poner medidas para mejorar este aspecto del modelo, se puede observar la consecuencia de crear una región excesivamente pequeña al obtener los gráficos del campo magnético. Se muestra, por ejemplo, en la *Figura 13*, cómo el campo de la magnitud del flujo magnético no es despreciable (con órdenes de magnitud de $\times 10^{-4}$ Tesla) en las caras exteriores de la región cilíndrica en una simulación preliminar, en comparación con los siguientes modelos (que consiguen valores inferiores a los micro-Tesla). Este hecho conllevaría a imprecisiones en los valores de fuerza obtenida en reposo.

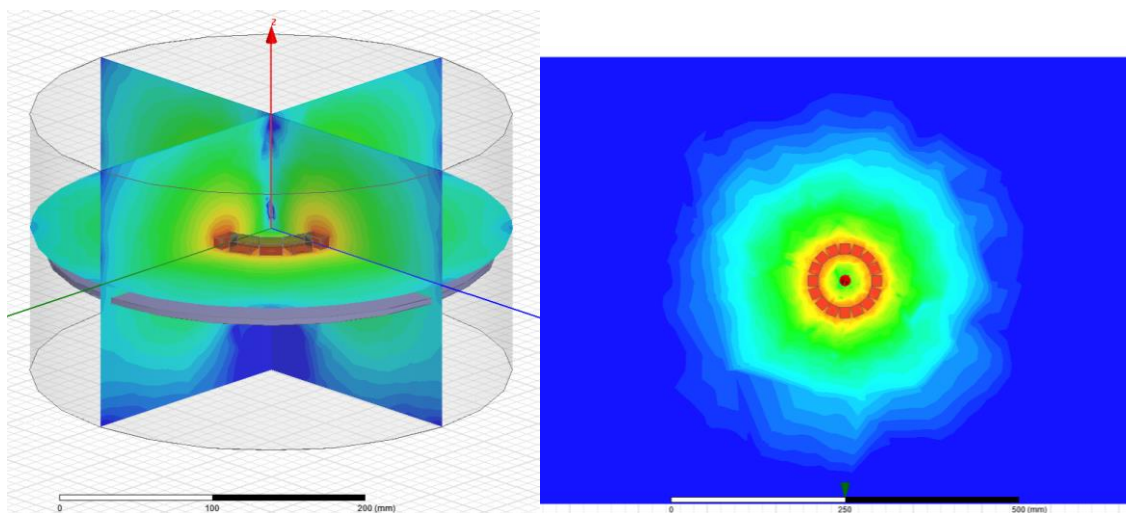


Figura 13.- Comparación de modelo preliminar con región de envoltura de tamaño inadecuado con modelo optimizado. Misma escala

Por esta razón, se trata de optimizar el tamaño de la región de envoltura. Inicialmente se sobredimensiona la región intencionadamente y se dibuja el campo magnético generado por los imanes permanentes. Al dibujar, se configura la escala logarítmica y se aumenta el número de divisiones entre cada rango de campo magnético con el fin de obtener una resolución adecuada incluso en las zonas del espacio con campo magnético de menor intensidad. La *Figura 14* muestra el gráfico en el plano horizontal, y la *Figura 15* en un plano vertical (con escalas de valor mínimo inferior a la escala de la *Figura 13*).

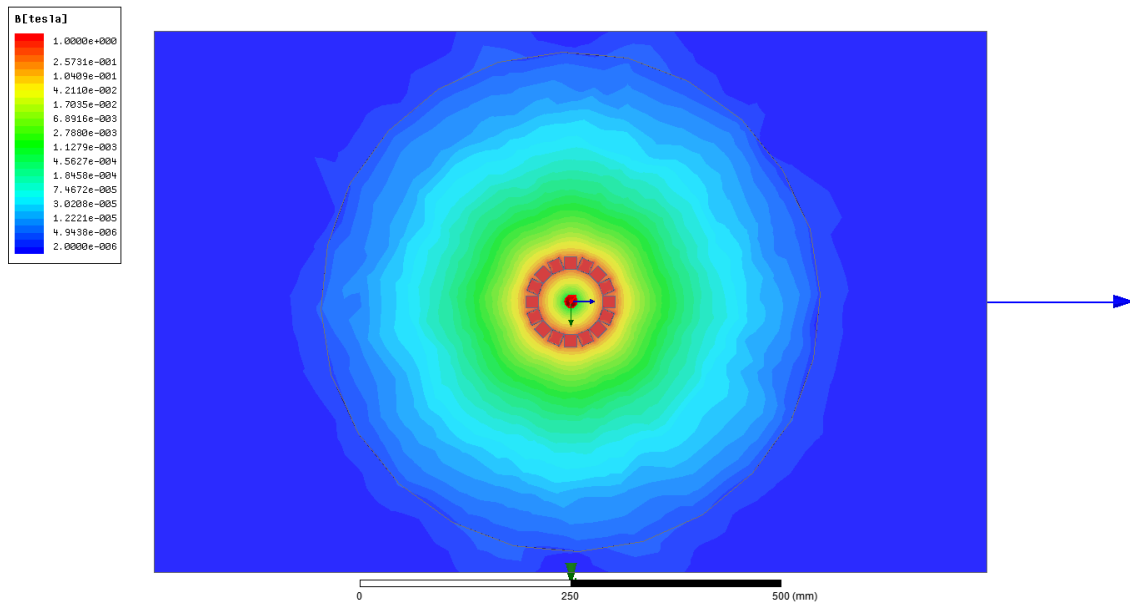


Figura 14.- Campo de flujo magnético en el plano XY

Como se observa en las figuras, para el tamaño de región 600 x 650 x 1000 mm que se muestra, el campo magnético en las caras exteriores de la región *background* es en todo caso de orden inferior a los micro-Teslas.

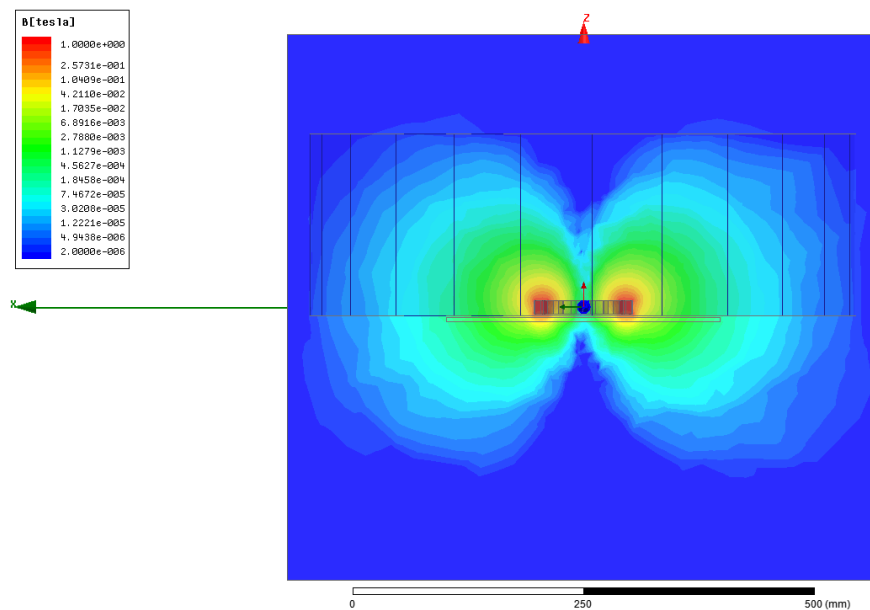


Figura 15.- Campo de flujo magnético en el plano XZ

Una vez dimensionados y posicionados los objetos, el siguiente paso es asignar a cada componente las propiedades materiales que le correspondan. En lo que afecta a la simulación, tanto la región *background* como el objeto *band* se consideran objetos sin más propiedades que la permeabilidad relativa igual a la del vacío, ya que sus funciones son las de definir la región de cálculo y separar zonas de espacio, respectivamente.

Después, a la placa conductora se le asigna el aluminio según las propiedades de la *Tabla 2*.

Por último, se configuran las propiedades del neodimio N35 mostradas en la *Tabla 1*, aunque con una salvedad. A diferencia del resto de objetos en este sentido pasivos, los imanes permanentes son el origen del campo magnético. Entonces, además de introducir las propiedades de material, hace falta añadir la orientación de cada imán. Para ello se crea un sistema de coordenadas cilíndrico y se asignan direcciones tangenciales o axiales, en positivo o negativo hasta conseguir la disposición según *Halbach Array* de la *Figura 8*. A continuación se muestra la verificación durante el post-procesado de los resultados, de que la orientación de los imanes está correctamente asignada.

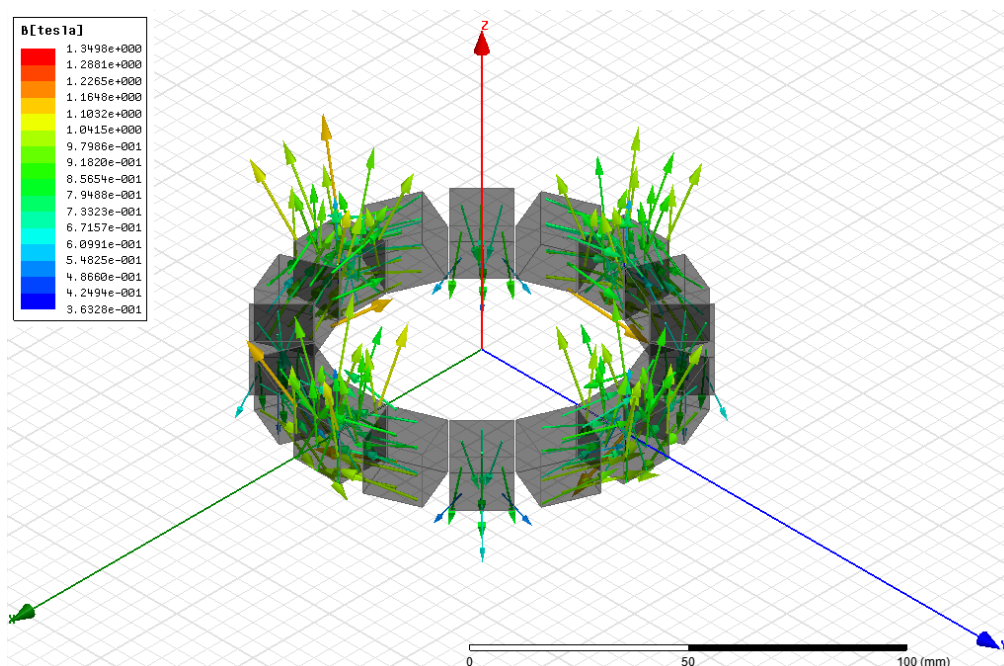


Figura 16.- Verificación de las orientaciones de los imanes según *Halbach Array*

Hasta ahora, se han introducido en el modelo todos los inputs del diseño al modelo, a falta de la configuración del análisis y la solución. Antes de llegar a este paso, sólo falta añadir al modelo los parámetros que queremos calcular. En este caso, se trata de la fuerza y el par resultante que sufre cada componente.

Aunque también es posible en este punto imponer condiciones en el mallado de los componentes que se desee, se comprueba que no es la opción más recomendable. Se permite controlar el tamaño máximo de los elementos que discretizan un componente y/o también restringir el máximo número de elementos en un componente. Al optar por no imponer ningún de estas condiciones, el programa hace una estimación del mallado para la primera iteración, y partiendo de esta aproximación refina la malla en las regiones que más lo necesitan. En lugar de controlar la calidad de la malla mediante el tamaño o el número de los elementos inicial, se hace mediante la configuración del análisis, que es el siguiente paso del modelo antes de resolver.

Esta información sobre el procedimiento a seguir se consigue tras probar en los primeros modelos una estrategia alternativa, basada en imponer un tamaño medio de mallado desde la primera iteración. Este método necesita menos iteraciones para llegar a converger y logra un mejor equilibrio inicial de fuerzas y pares en reposo. En la *Figura 17*, se muestra para un modelo inicial, el mallado en la primera iteración, con tamaños de malla impuestos.

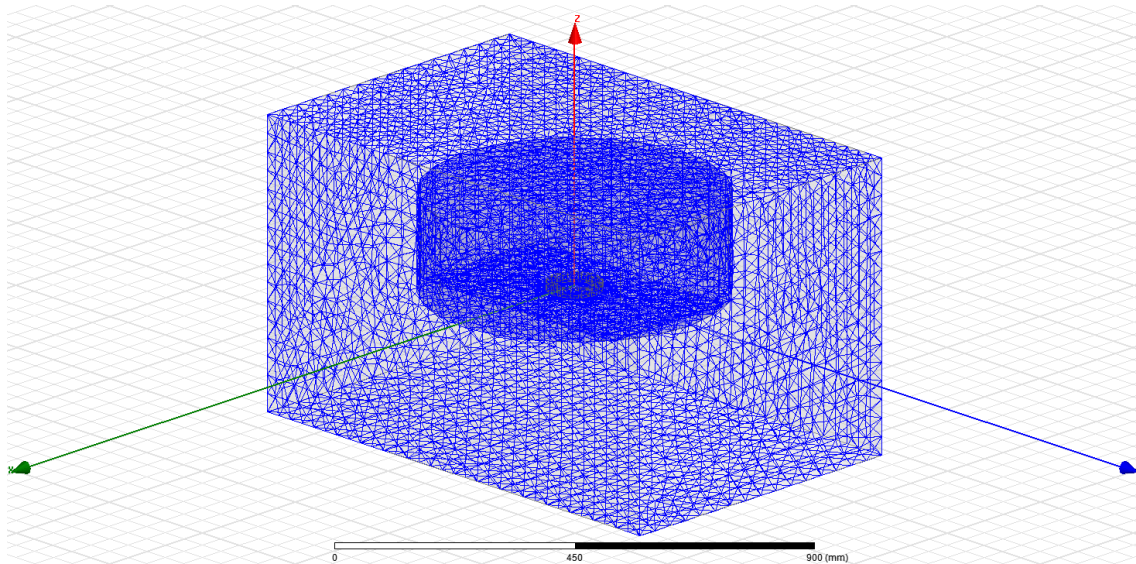


Figura 17.- Mallado inicial conseguido manualmente en un modelo preliminar

Como puede observarse, el mallado consigue una alta resolución en todos los componentes y los resultados podrían aumentar en precisión. Sin embargo, en la realidad, la complejidad computacional aumenta tanto que incluso en ciertos casos, dependiendo de los tamaños impuestos, el programa se congela durante la simulación al ocupar toda la memoria del procesador. Con el procedimiento de mallado progresivo que se expone a continuación, se disminuye el tamaño únicamente en las regiones donde el error es mayor, haciendo un mejor aprovechamiento de la malla y de la capacidad computacional. En balance, los resultados de refinamiento automático se logran resultados con menor error.

En las simulaciones estáticas, como se ha mencionado, los parámetros que definen el análisis, pueden usarse para controlar el refinamiento de malla y el error final que se consigue. Estos parámetros son:

- El número máximo de iteraciones
- El error porcentual considerado como solución convergida
- El refinamiento porcentual del mallado entre cada iteración
- Número mínimo de iteraciones
- Número mínimo de iteraciones después de converger

La configuración de cada parámetro utilizada finalmente para las simulaciones estáticas, tras comprobar que consiguen resultados adecuados tanto en el tamaño del mallado final, como para el equilibrio de fuerzas y momentos, se muestra en la *Tabla 4*.

Los valores se determinan por un proceso de ensayo, error, comparación y corrección, hasta conseguir el equilibrio de fuerzas y pares que debe cumplirse en reposo.

Tabla 4.- Configuración de los parámetros del *setup* para las simulaciones estáticas

Número máximo de iteraciones	25
Error [%]	0.5
Refinamiento por iteración [%]	30
Número mínimo de iteraciones	2
Número mínimo de iteraciones con convergencia	4

El flujo de simulación, análisis y recalculo se esquematiza en la *Figura 18*.

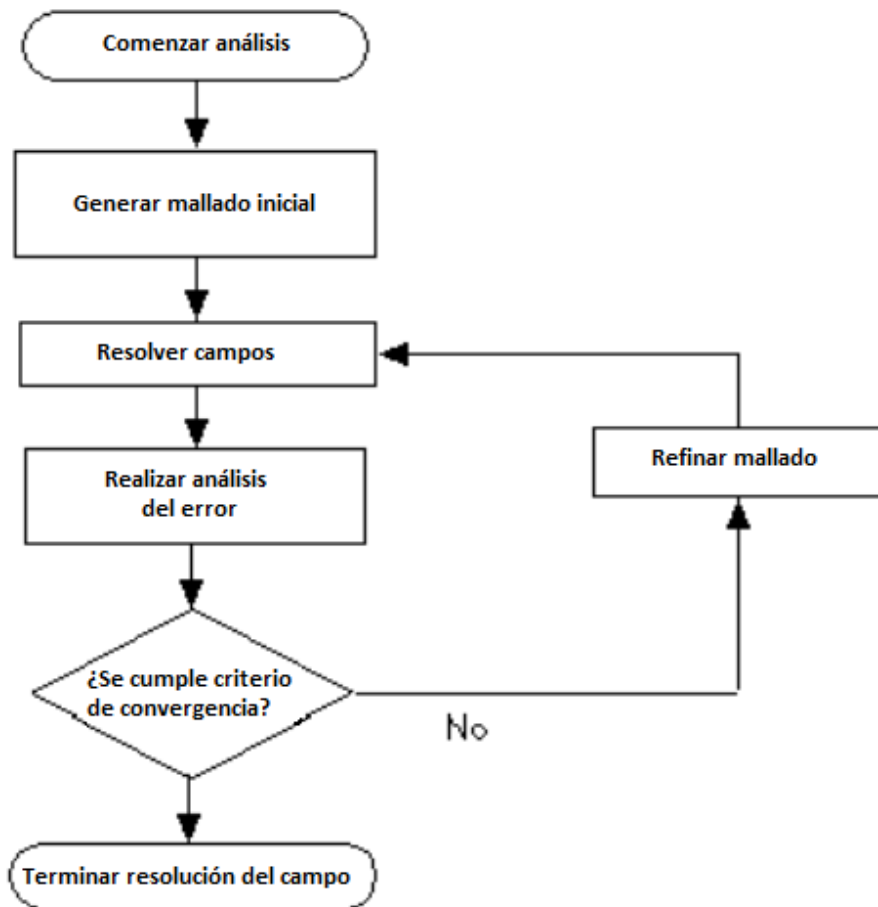


Figura 18.- Flujo de cálculo iterativo para soluciones magneto-estáticas [6]

Según este proceso de simulación iterativo, se refina el mallado hasta completar, para la configuración de la *Tabla 4*, cuatro iteraciones con un error de energía inferior al 0.5%.

Este proceso de refinamiento se muestra gráficamente en la *Figura 19*, donde se ve la malla en los imanes y la placa en las iteraciones número 5, 10, 15 y 20 (de arriba abajo).

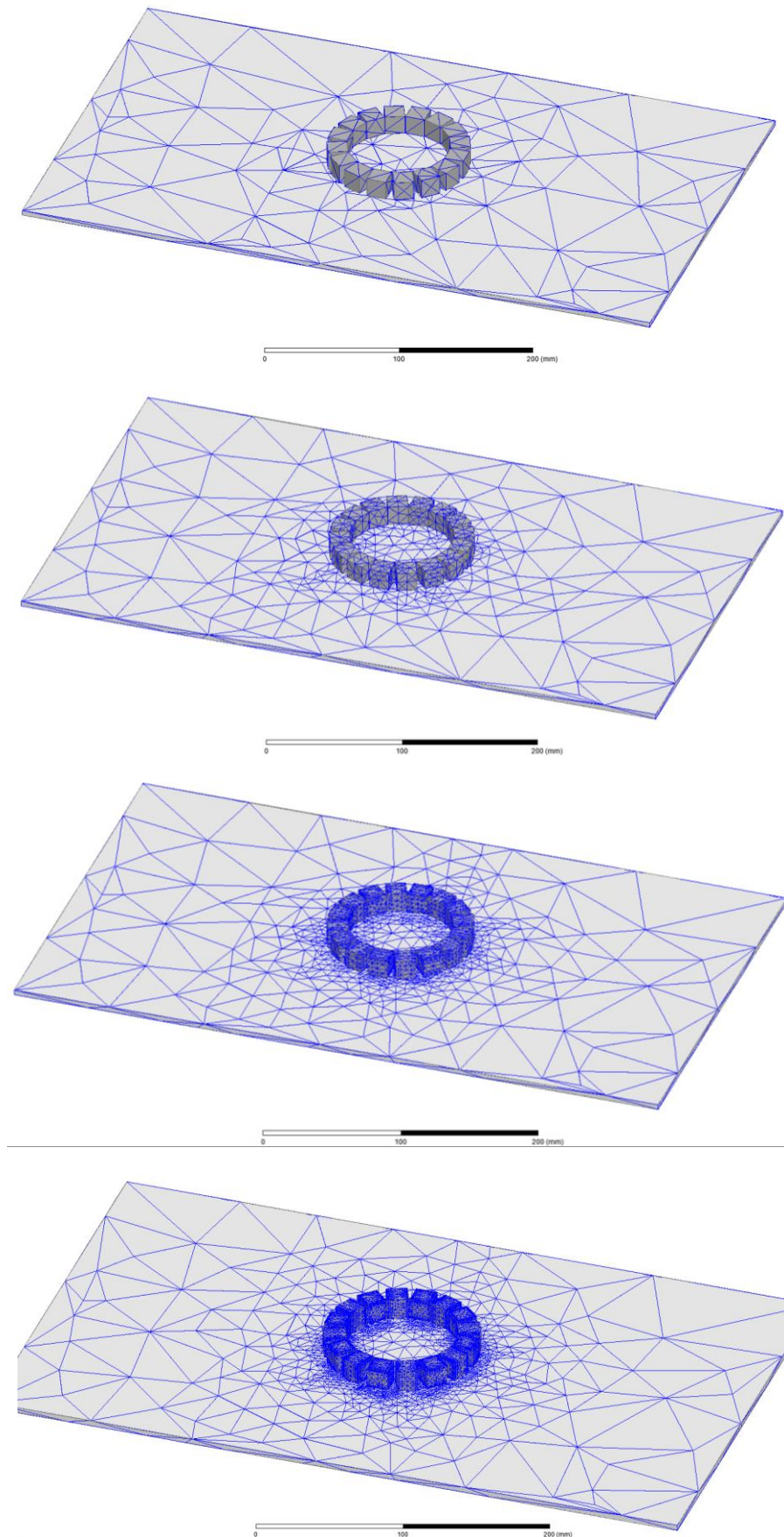


Figura 19.- Proceso de refinamiento del mallado en el modelo estático. 5, 10, 15 y 20 iteraciones completadas (De arriba a abajo)

4.3.2 Resultados simulación magneto-estática

Según el procedimiento y las características del modelo descrito, se realizan las simulaciones estáticas, comprobando tanto el equilibrio de fuerzas y momentos, como el refinamiento del mallado.

A continuación se incluyen los gráficos que muestran estas comprobaciones. En ellos se observa una convergencia hacia 10.25J de energía total del sistema, equilibrio de fuerzas y pares, con algo más de 310000 elementos y un error de energía inferior al 0.2%.

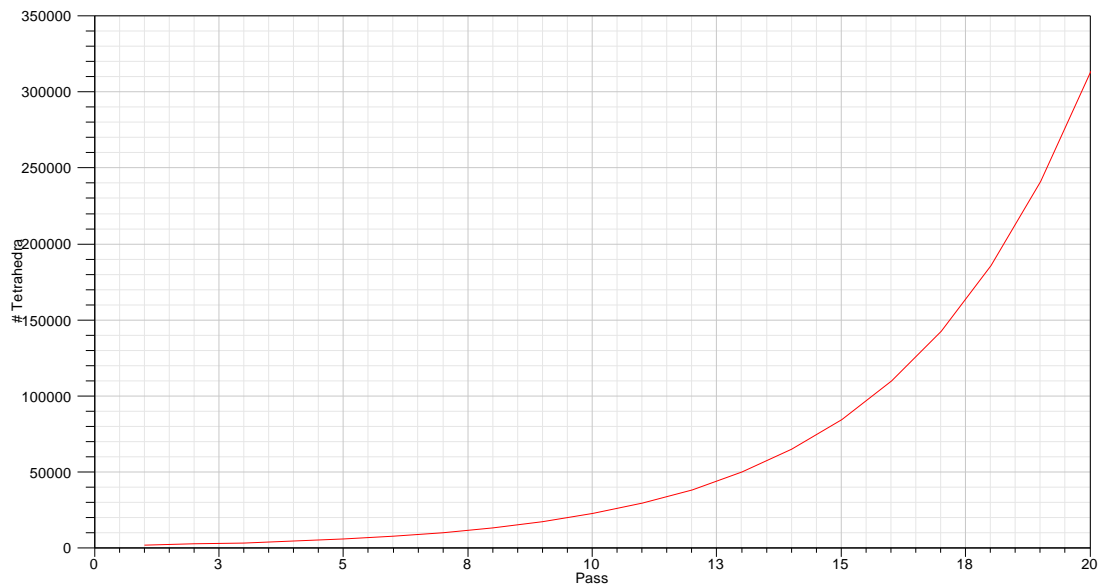


Figura 20.- Variación del número de elementos total de mallado con cada iteración

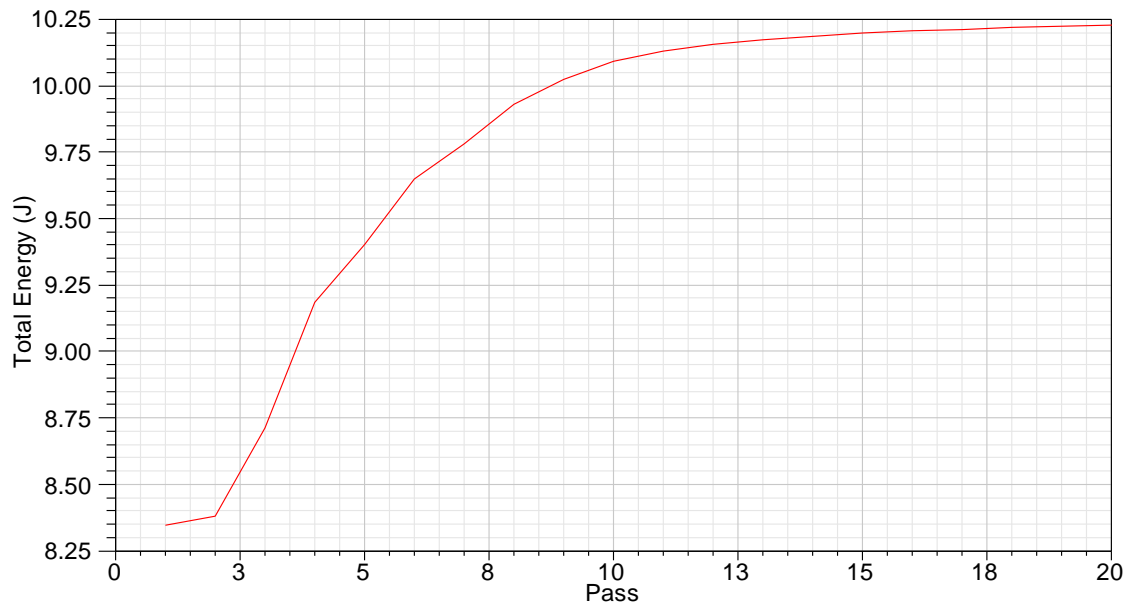


Figura 21.- Variación de la energía total del sistema con cada iteración

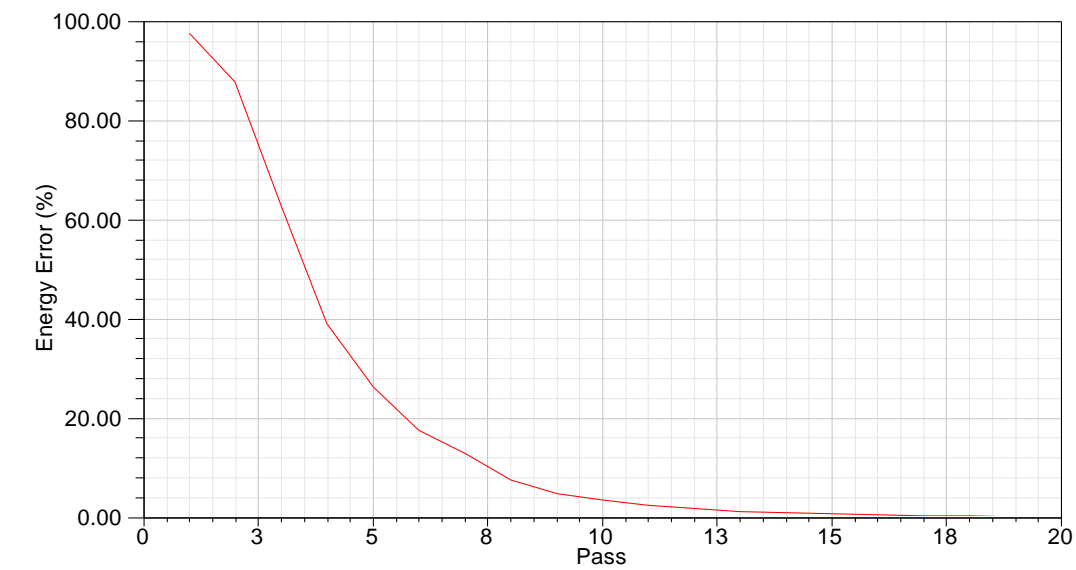


Figura 22.- Variación del error de energía con cada iteración

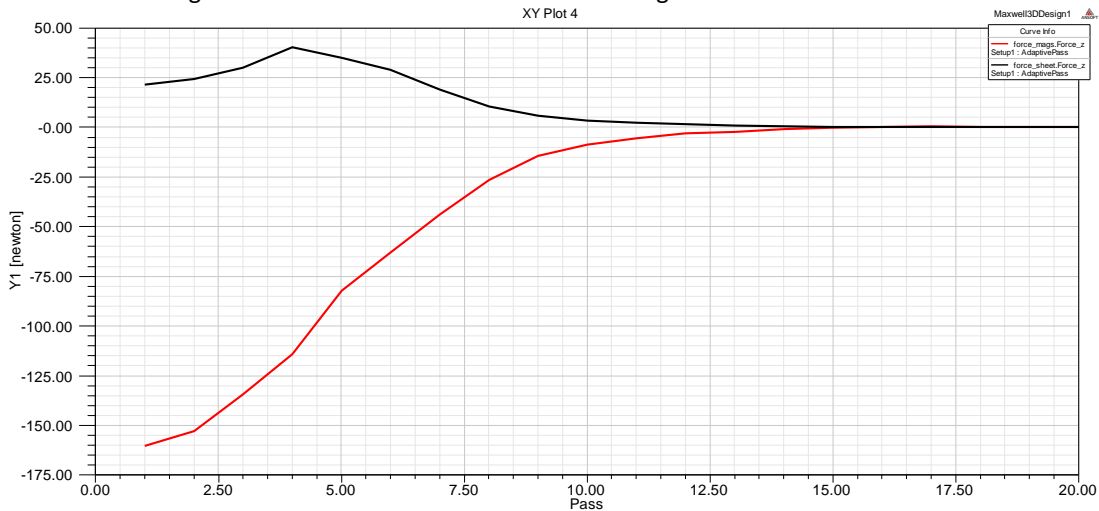


Figura 23.- Convergencia de las fuerzas verticales hasta equilibrio

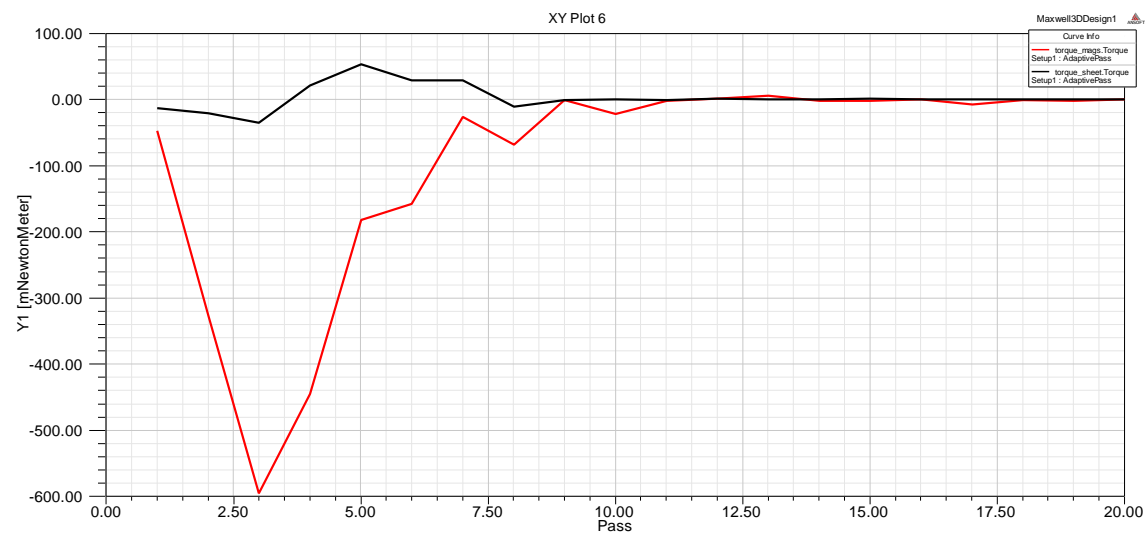


Figura 24.- Convergencia de los momentos hasta equilibrio

4.3.3 Modelo transitorio

El modelo de simulación transitorio consta de las mismas secciones que las ya revisadas para el modelo estático, con ciertas particularizaciones.

En cuanto a la geometría y las propiedades de los materiales, no solo son, sino que han de ser idénticas a las del modelo estático para que el programa permita importar los resultados del mallado refinado conseguidos en el modelo anterior. La principal y evidente diferencia es la definición del movimiento rotatorio del objeto móvil *band* y todos los componentes que contiene. Se define respecto al eje vertical y a velocidad angular constante, resultando esta velocidad uno de los parámetros de mayor influencia en la fuerza de levitación, como se detalla en el apartado de resultados.

Los parámetros calculados en función del tiempo serán también las fuerzas y pares en cada componente, siendo de mayor interés la fuerza en el eje vertical *z* sobre la placa metálica y el conjunto de imanes, equivalente a la fuerza de levitación del dispositivo y su correspondiente par de misma magnitud y sentidos contrarios para la pista y para el conjunto de imanes.

No es necesario realizar operaciones adicionales relativas al mallado, ya que estas se realizan en el modelo estático previo, y se configura la resolución transitoria de forma que se utilice el mallado obtenido en la última iteración del modelo previo. Este es el siguiente paso.

En el apartado de la configuración del análisis se encuentra la diferencia más significativa del modelo transitorio. Como se ha explicado anteriormente, en esta simulación no se realiza refinamiento del mallado, por lo que es en este momento en el que se introduce en el programa la importación del mallado definitivo del modelo estático para ser usado en la solución transitoria. Además, se requiere introducir el tiempo total de simulación y el valor de los incrementos de tiempo.

Después de hacer distintas probaturas, se eligen los parámetros de simulación mostrados en la *Tabla 5*. Se observa de los resultados obtenidos que esta configuración logra un compromiso adecuado entre convergencia de los resultados y la complejidad y tiempo de simulación.

Tabla 5.- Configuración de los parámetros del *setup* para las simulaciones transitorias

Tiempo total simulado [ms]	10
Incremento [ms]	0.5
Vueltas simuladas a 3000 rpm	0.5
Tiempo medio real en completar simulación [min]	100

Hasta ahora, se ha hecho una exposición descriptiva de los modelos de simulación y el procedimiento para resolver el problema para un caso genérico.

No obstante, llegados a este punto, es conveniente recuperar los objetivos del trabajo para plantear una serie de simulaciones que permitan no sólo obtener soluciones individuales e independientes, sino pretendan parametrizar las variables del problema con el fin de encontrar tendencias en la dependencia de las medidas resultantes de las simulaciones en función de estas variables.

Entre dichas medidas de posible interés, resultantes de la simulación están:

- i. La fuerza vertical entre los imanes y la placa metálica
- ii. Fuerzas en direcciones paralelas al plano del conductor
- iii. Par que transmite el conjunto de imanes a la placa metálica

Por otra parte, entre los parámetros del problema principales que afectan a las variables listadas arriba y de los que se desea obtener el impacto que tienen en estas medidas están:

- i. La velocidad de giro del conjunto de imanes
- ii. El espacio entre los imanes y la placa conductora, llamado *gap*

Es cierto que existen más variables del problema que tienen evidente influencia en los resultados, como pueden ser las propiedades de los materiales o la geometría de los componentes, pero se prefiere mantenerlas constantes con la idea de poder comparar los resultados con los obtenidos mediante computación numérica y los obtenidos experimentalmente.

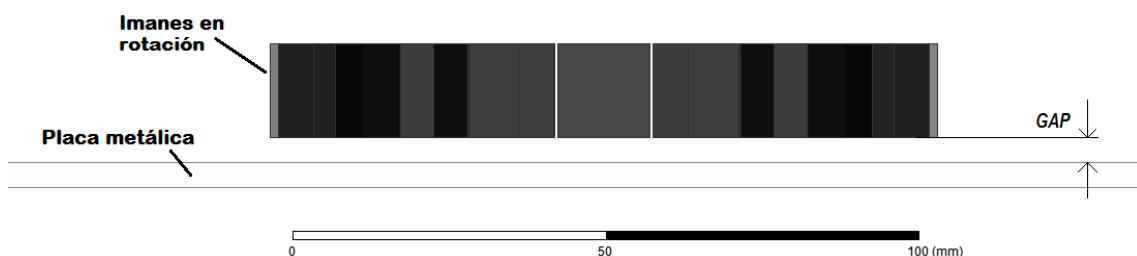


Figura 25.- Esquema mostrando parámetros del problema

4.3.4 Resultados simulación transitoria

A continuación se muestran resultados como ejemplo de la simulación estándar de la que se parte. En cuanto a rasgos genéricos, esta simulación se configura como descrito durante la explicación de los modelos anterior. Además, tiene un *gap* de 4 mm entre la placa y los imanes, que a su vez rotan a 3000rpm.

Al concluir la simulación, la primera acción consiste en comprobar que el modelo está realmente simulando el movimiento del dispositivo que se pretende. Para ello se puede trazar la evolución de la posición con el tiempo (*Figura 26*), y comprobar su derivada, que debe coincidir con la velocidad de giro.

Como se espera, en 10ms a 3000rpm, se completa media vuelta; la posición cambia de 0° a 180° a velocidad constante.

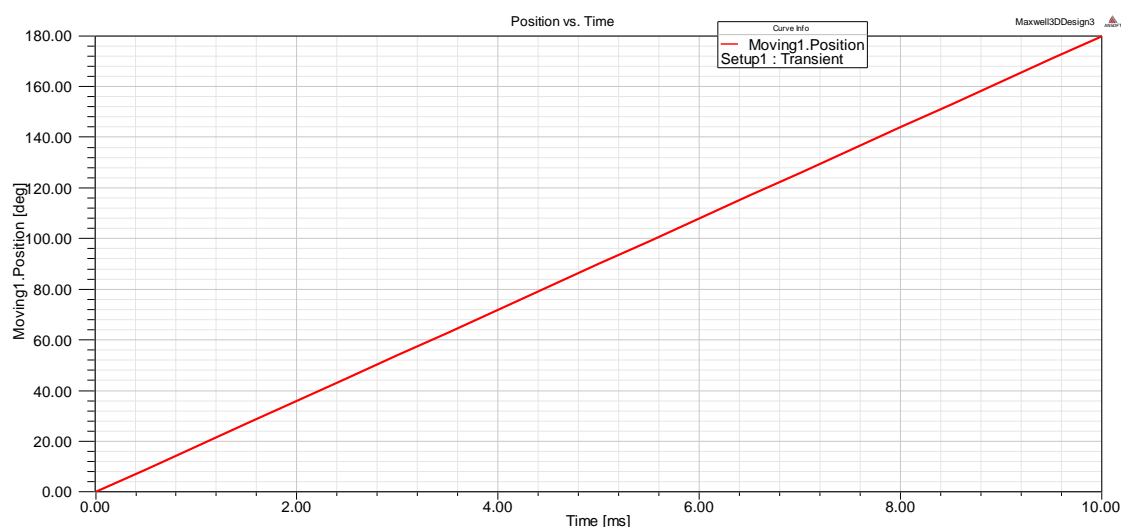


Figura 26.- Variación de la posición con el tiempo

A continuación se comprueba tanto para el conjunto de imanes como para la placa conductora rectangular, el par que sufren en la posición de equilibrio. Este valor resulta encontrarse en torno a los 0.324Nm para la placa. También se comprueba que el sumatorio de momentos (línea discontinua negra en la *Figura 27*) puede considerarse nulo; resulta un 0.3% del valor del par.

Similarmente, se muestran las fuerzas en dirección X (*Figura 28*) y dirección Y (*Figura 29*). En este caso no se observa una estabilidad tan clara como en el caso del par. Nótese, no obstante, que la magnitud de las fuerzas en direcciones paralelas al plano del conductor en ningún caso supera los 0.090N, valores no apreciable en comparación con la fuerza vertical que se mostrará seguidamente.

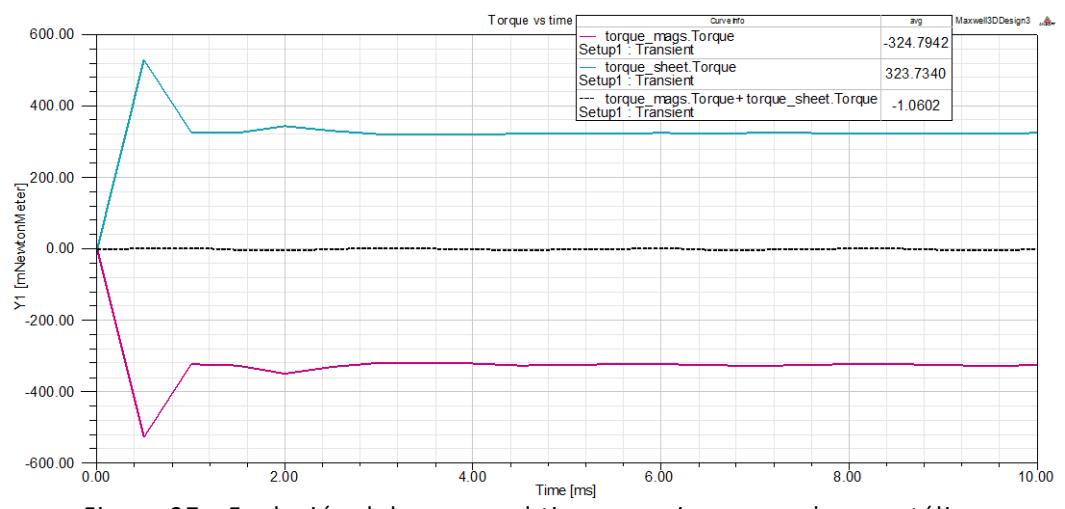


Figura 27.- Evolución del par con el tiempo en imanes y placa metálica

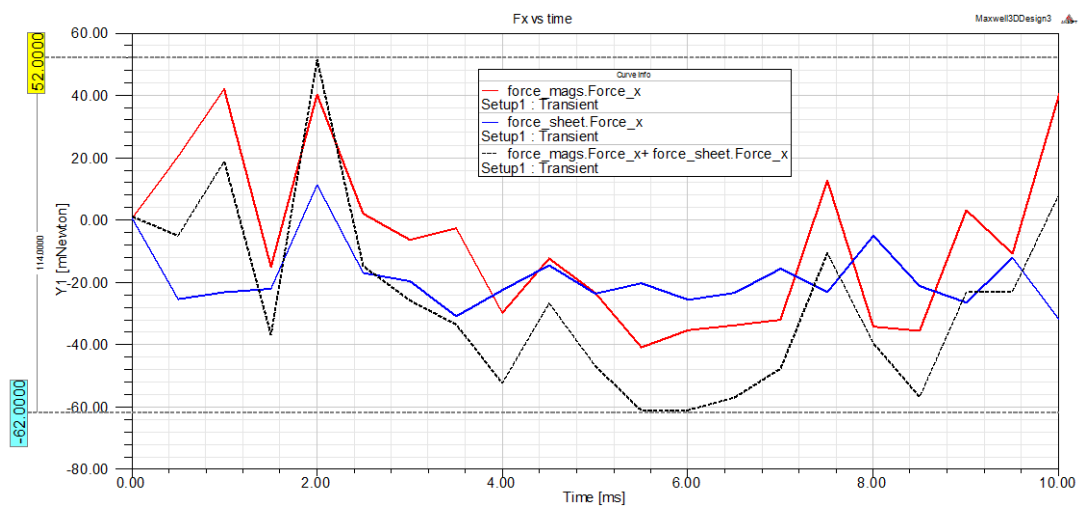


Figura 28.- Fuerza en X vs tiempo

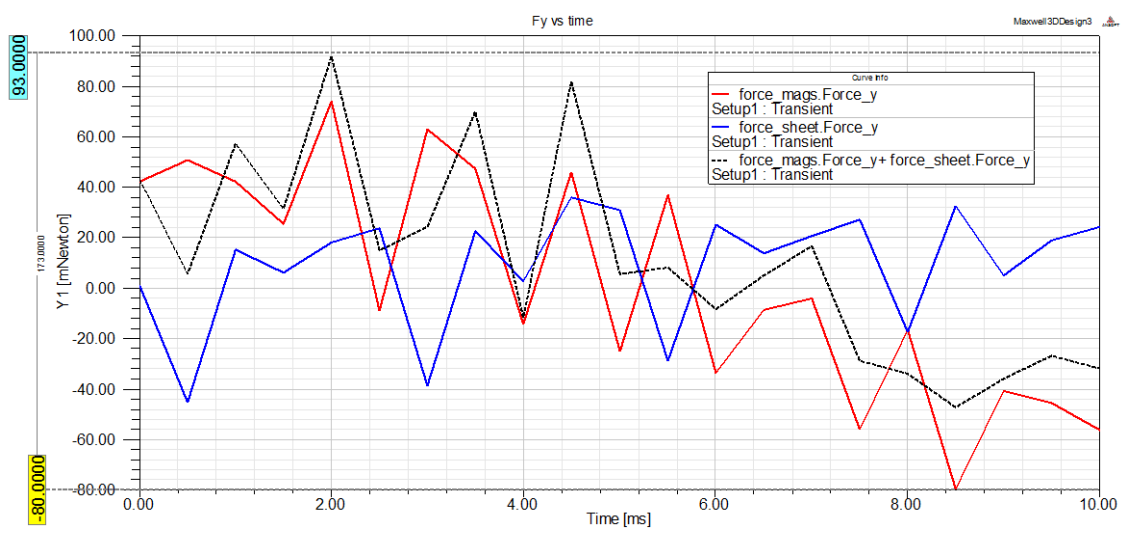


Figura 29.- Fuerza en Y vs el tiempo

Finalmente, se dibuja la fuerza de levitación en el eje vertical, de misma magnitud y sentido contrario para la placa en comparación con los imanes. El valor obtenido, recuérdese que para un *gap* de 4mm y una velocidad de giro de 3000rpm, resulta alrededor de 18N. El sumatorio de fuerzas verticales supone un 7% de esta fuerza.

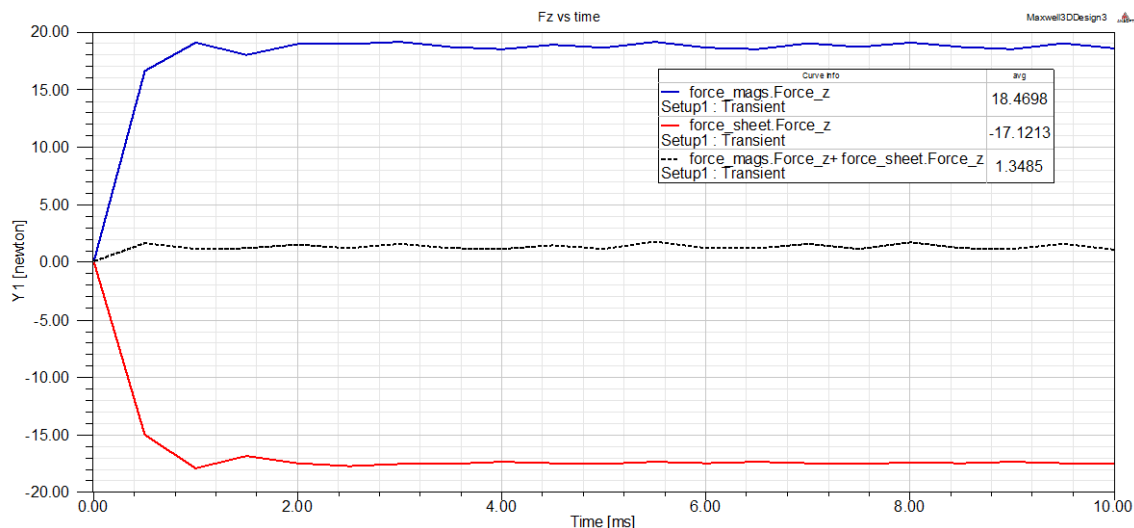


Figura 30.- Fuerza de levitación en función del tiempo para la configuración estándar

Los resultados para la fuerza de levitación en simulaciones próximas con variaciones en la velocidad de rotación y en el valor del *gap* se muestran en el capítulo 6, junto a los resultados experimentales y la comparación de ambos métodos.

En cuanto al estudio del par que se transmite entre los imanes y la placa conductora, se incluyen a continuación resultados equivalentes a los de la *Figura 27* en el caso estándar, pero para simulaciones variando el valor del *gap*. En la *Figura 31* se muestra el caso con el valor de par más elevado, con un *gap* de 1mm.

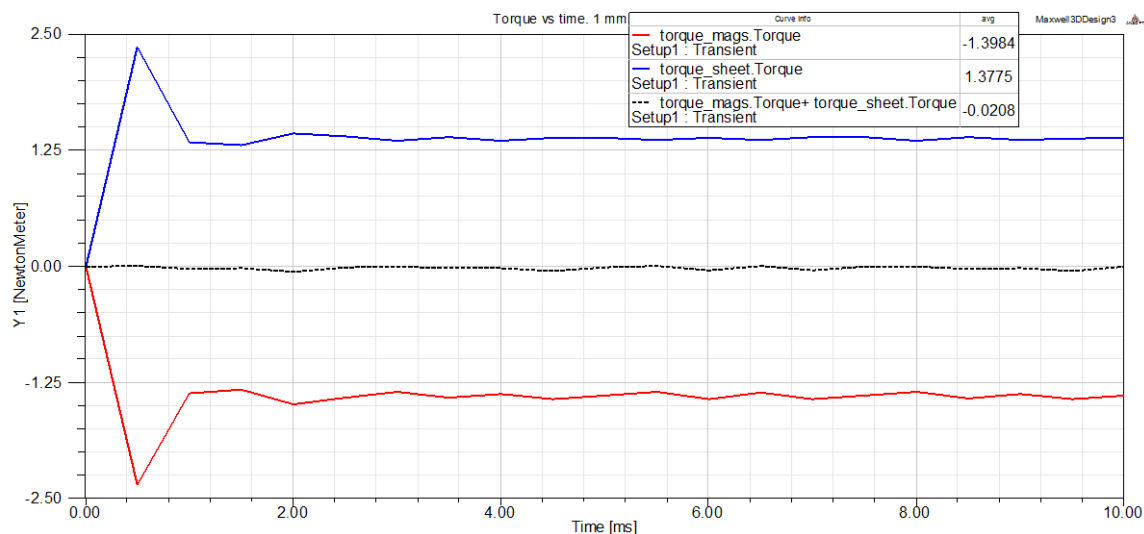


Figura 31.- Evolución del par para el caso de 1 mm de separación

Para esta variación en particular, se observa que tras aproximadamente 2ms de estabilización, se alcanza un valor de par de 1.4Nm. Este valor aumenta en más de un 350% respecto a la *Figura 27* con una separación de 4 mm, y un par de 0.3Nm.

Tabla 6.- Valores de par transmitido a distintas separaciones

Valor del gap [mm]	Par transmitido [mNm]
1	1398.4
2	852.6
4	323.7
6	127.5
8	55.2
10	27.9

Realizando simulaciones a más valores de gap según la *Tabla 6* y después obteniendo una gráfica de par contra *gap*, se consigue ver la dependencia aproximadamente parabólica del par que transmite el conjunto de imanes a la placa de conductor en función de la separación entre ellos.

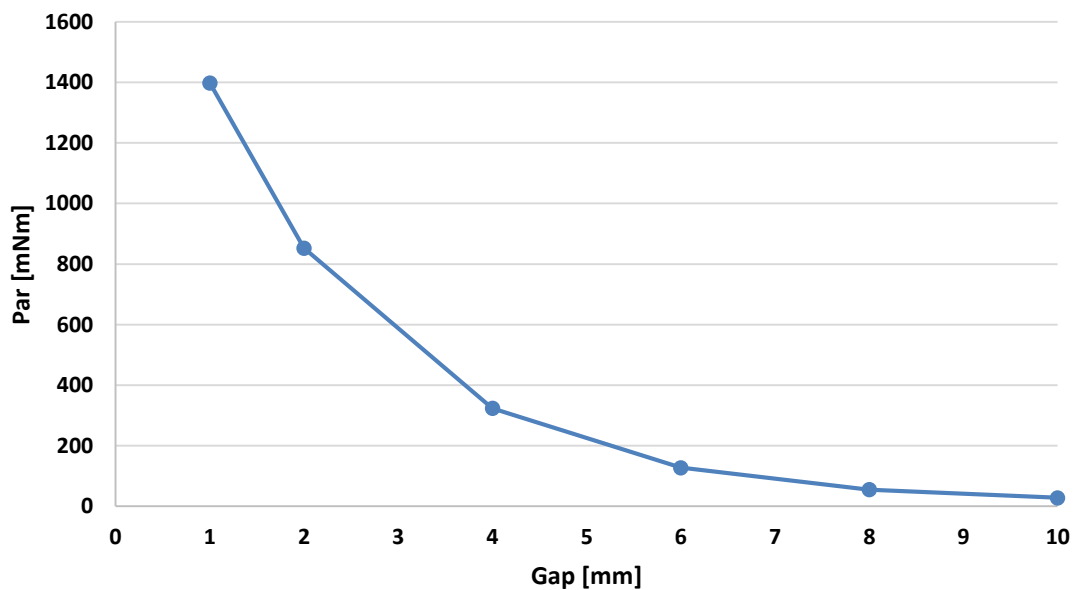


Figura 32.- Dependencia del par con el valor de *gap* a 3000 rpm

Esta dependencia coincide con la dependencia de la fuerza con el gap y con la interpretación de los resultados del apartado 6.3.

4.3.5 Comparación del modelo con los resultados de computación numérica

Según se explica en la introducción, una de las motivaciones del proyecto es la posibilidad de validar el programa de formulación numérica propuesto por la Universidad de Pisa. Si los resultados numéricos coincidiesen con el modelo de elementos finitos y los ensayos experimentales, este modelo computacional podría entonces emplearse en aplicaciones adicionales o de aplicación directa.

En el *Anexo B*, se incluye el informe resumen original compartido por la Universidad de Pisa con los resultados obtenidos con su código de formulación numérica de las ecuaciones de Maxwell de baja frecuencia acopladas a las ecuaciones de dinámica del sólido rígido de Newton-Euler, para problemas electromagnéticos con más de un grado de libertad. [5]

Para el caso que se expone en este informe, la simulación numérica se realiza para un conjunto de imanes de geometría idéntica a la considerada en los modelos de elementos finitos y una placa del mismo espesor de 4mm. Además, el *gap* entre ambos componentes también es de 4mm.

Respecto al modelo transitorio mostrado en la sección anterior, la principal diferencia es la velocidad de rotación y la conductividad de la placa metálica. Para mayor claridad, se muestran dichas diferencias en la *Tabla 7*.

Tabla 7.- Comparación de parámetros entre modelos

	Modelo simulación transitoria	Modelo formulación numérica
Velocidad giro [rpm]	3000	6000
Conductividad placa [S/m]	3.8×10^7	5.96×10^7

En cuanto a la velocidad de rotación, se espera que a mayor velocidad incremente la fuerza de levitación. Igualmente para la conductividad de la placa.

Esta apreciación intuitiva se comprueba al utilizar el modelo transitorio con la configuración estándar y hacer el único cambio de aumentar la conductividad de la placa hasta 59.6×10^6 S/m (conductividad del Cobre en vez de Aluminio), ya que esta información es también interesante para el diseño del dispositivo. Se comprueba en la *Figura 33* que la fuerza de levitación aumenta de 18 N hasta los 26.7 N. Un incremento de casi el 50 % en la fuerza al aumentar la conductividad un 56 %.

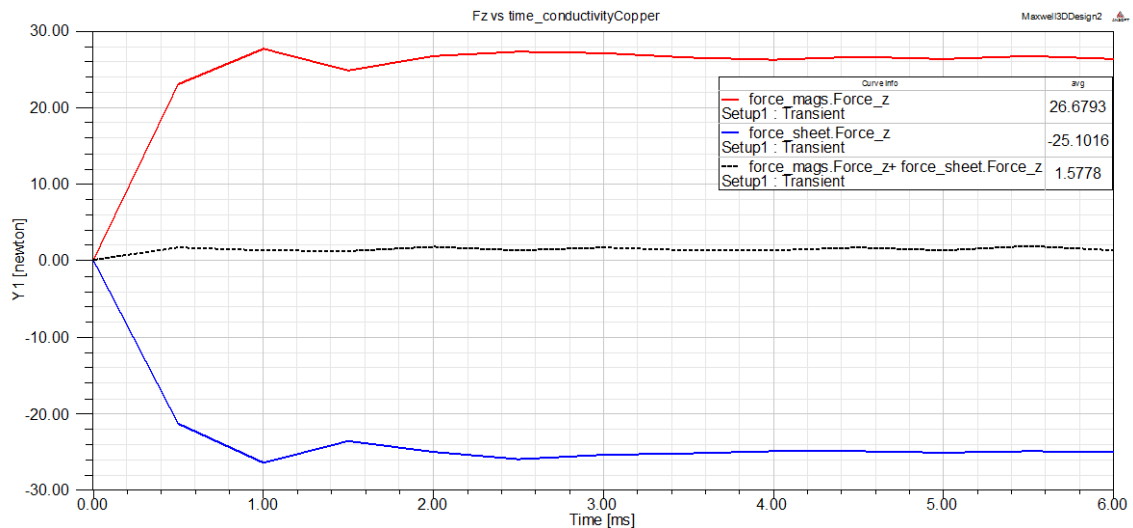


Figura 33.- Fuerza de levitación en función del tiempo para configuración estándar con placa de cobre

De todas formas, sin entrar en más detalle en el análisis de estas dependencias, se observa la *Fig. 2* del informe de la Universidad de Pisa con la fuerza de levitación para los primeros 10ms. El valor estable que se consigue a partir de los 5ms de simulación, está escasamente por encima de los 1.5N. Sin entrar en detalles de las diferencias de configuración entre ambos modelos, se concluye que los modelos, en principio, no proporcionan predicciones comparables.

Al encontrar esta discordancia, se enviaron los resultados de este modelo a los compañeros de la Universidad de Pisa para revisar el modelo numérico, aunque se realizarán apreciaciones más concluyentes tras analizar los resultados experimentales de los ensayos del siguiente capítulo.

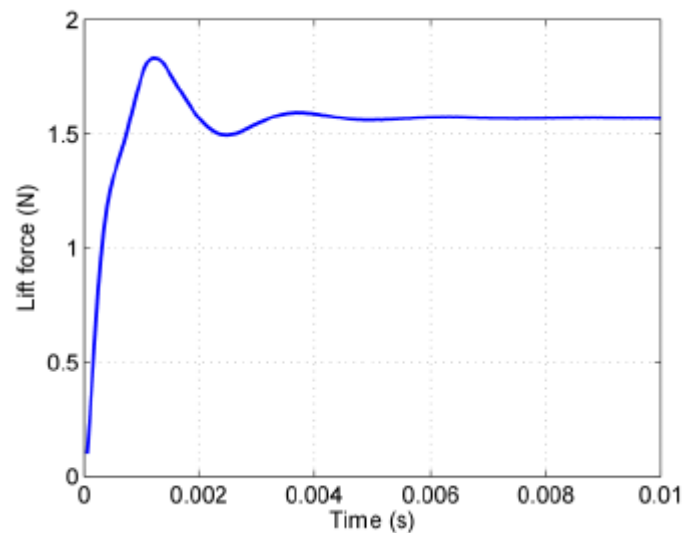


Figura 34.- Fuerza de levitación según el modelo computacional del Anexo B

Capítulo 5

Prototipo y equipo experimental

Esta sección presenta el equipo experimental utilizado para transformar el diseño conceptual y modelos CAD analizados mediante simulaciones, en prototipos reales ensayados físicamente con resultados medidos directamente del ensayo. La realización de estos ensayos cobra mayor importancia tras los resultados parciales tan desemejantes, obtenidos hasta ahora con las simulaciones de elementos finitos y el modelo numérico de la Universidad de Pisa.

En un principio, se dispone del siguiente material para montar el dispositivo de levitación e incluir en el montaje los aparatos necesarios para realizar las mediciones necesarias:

- Motor eléctrico con velocidad hasta 3000rpm
- Acoplamientos elásticos
- Transductor de velocidad
- Célula de carga hasta 300N con display electrónico
- Imanes cúbicos de neodimio N35 15 x 15 x 15mm
- Placas de aluminio de 300 x 500 x 2mm
- Soportes metálicos para sujeción del motor
- Perfiles y tornillería

Los imanes de neodimio con recubrimiento de Nickel tienen propiedades acordes con lo mostrado en el desarrollo del concepto. Su hoja de especificaciones según el proveedor se muestra en la *Tabla 8*.

Tabla 8.- Especificaciones técnicas de los imanes de neodimio

Material	NdFeB
Altura entre polos [mm]	15
Longitud [mm]	15
Ancho [mm]	15
Altura [mm]	15
Material/Grado	N35
Recubrimiento	Nickel
Temperatura máxima de operación [°C]	80
Flujo magnético en el imán [Tesla]	1.17
Flujo magnético en la superficie [Gauss]	5232
Fuerza de unión a placa de acero [N]	123.12
Fuerza que levanta el imán [kg]	12.55
Peso [g]	25.19

Para colocar los imanes y fijarlos en sus posiciones siguiendo la configuración *Halbach* primero se marca cada imán con una flecha, indicando su orientación. Después, siguiendo el diseño del *Anexo A.I*, se mecaniza la pieza en teflón. Para el montaje de los imanes en la pieza, se añade un adhesivo acrílico *Permabond* de dos componentes en cada compartimento antes de introducir el imán con su orientación correspondiente en el hueco. Hasta introducir los diez y seis imanes como se muestra en la *Figura 35*.



Figura 35.- Imanes montados en posición *Halbach*

Al disponer de todos los componentes del sistema montados por separado y preparados para su ensamblaje, se realiza el trabajo de plantear la estructura que ha de soportar el peso de los componentes y las vibraciones del sistema una vez se ponga en rotación.



Figura 36.- Marco de la estructura del dispositivo

Primero se monta el marco exterior de la estructura con los perfiles de mayor longitud y se plantea la configuración del resto de los componentes.

Por separado, se monta el conjunto del eje con el sensor de velocidad, con los acoplamientos y las placas de soporte diseñadas para apoyar y sujetar el motor.

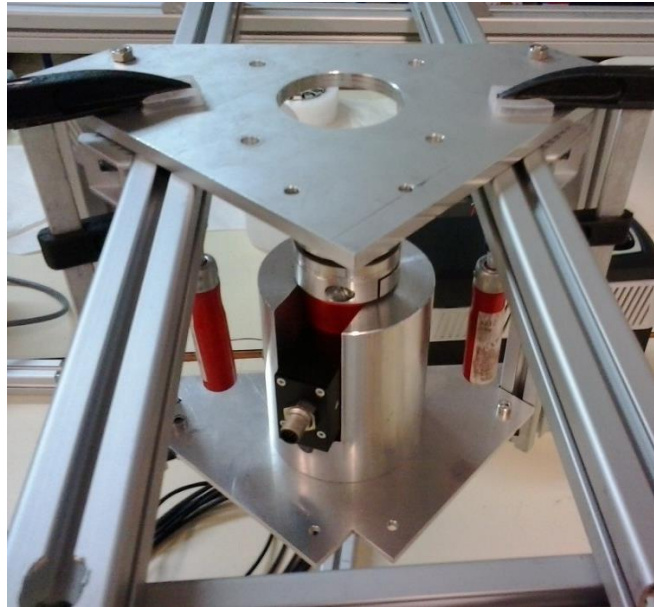


Figura 37.- Conjunto del eje con el sensor de velocidad y placas soporte

Después, se añade el motor en vertical a la parte superior y se atornilla la pieza con los imanes al extremo inferior del eje. Finalmente, se coloca la célula de carga en un perfil transversal, sujeta a la vez a este perfil y a las placas conductoras de aluminio. De esta manera se consigue el ensamblaje final.



Figura 38.- Ensamblaje final del dispositivo

Por último, antes de poder comenzar a realizar las mediciones, se agrega el control del motor que a la vez da medida del par, el display de la fuerza medida por la célula de carga tarada para no incluir el peso de las placas de aluminio, y la salida del sensor de velocidad. La configuración final se muestra en la *Figura 39* con etiquetas de cada componente.

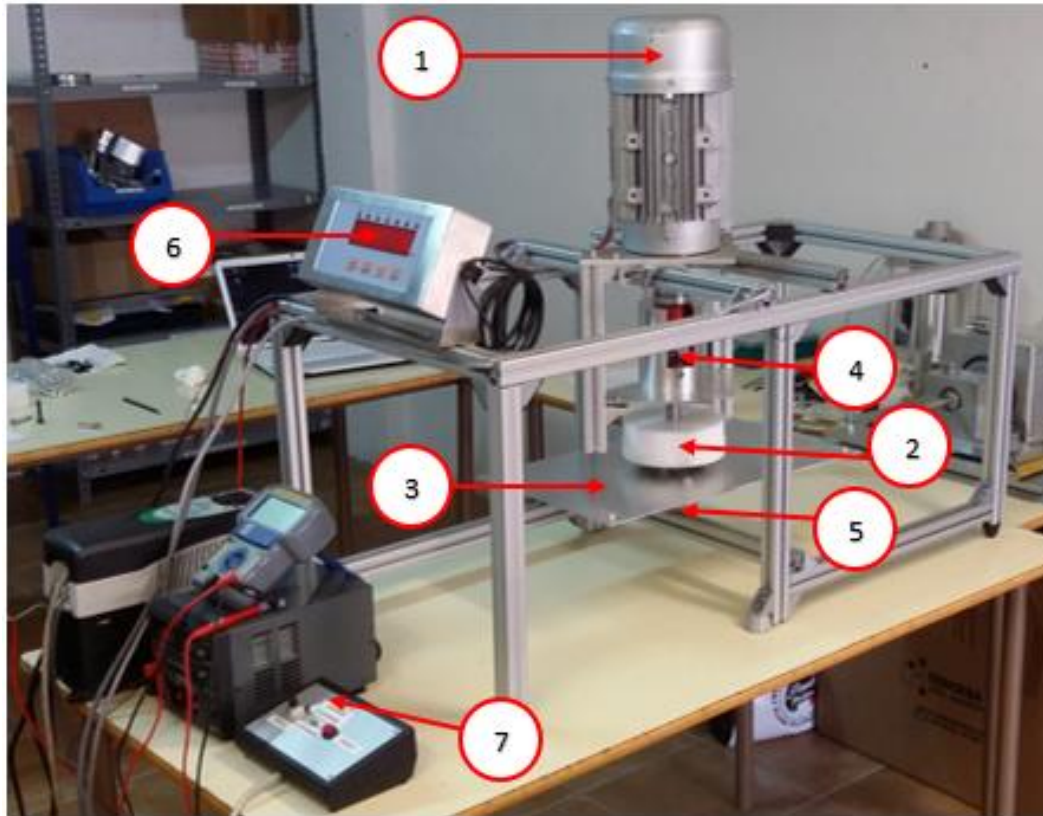


Figura 39.- Montaje de dispositivo. (1) Motor. (2) Conjunto de imanes. (3) Placa conductora. (4) Sensor de velocidad. (5) Célula de carga. (6) Display de la fuerza. (7) Controlador del motor.

Capítulo 6

Resultados experimentales

6.1 Mediciones de ensayo

Con el equipo presentado en el capítulo anterior, se pretende ensayar el dispositivo y medir, para una serie de configuraciones, la fuerza de levitación que se genera entre los imanes y la placa.

La primera prueba consiste en variar la velocidad de giro del motor y por tanto del conjunto de imanes, con un valor de *gap* fijo. Esto se implementa aumentando la velocidad desde el controlador progresivamente, manteniendo la misma constante en el valor en el que se quiera realizar la medida durante el tiempo necesario para que el valor de fuerza se estabilice y se tome la medida. Se efectúa desde el arranque hasta la velocidad máxima del motor de 3000rpm, en aumentos de 300rpm.

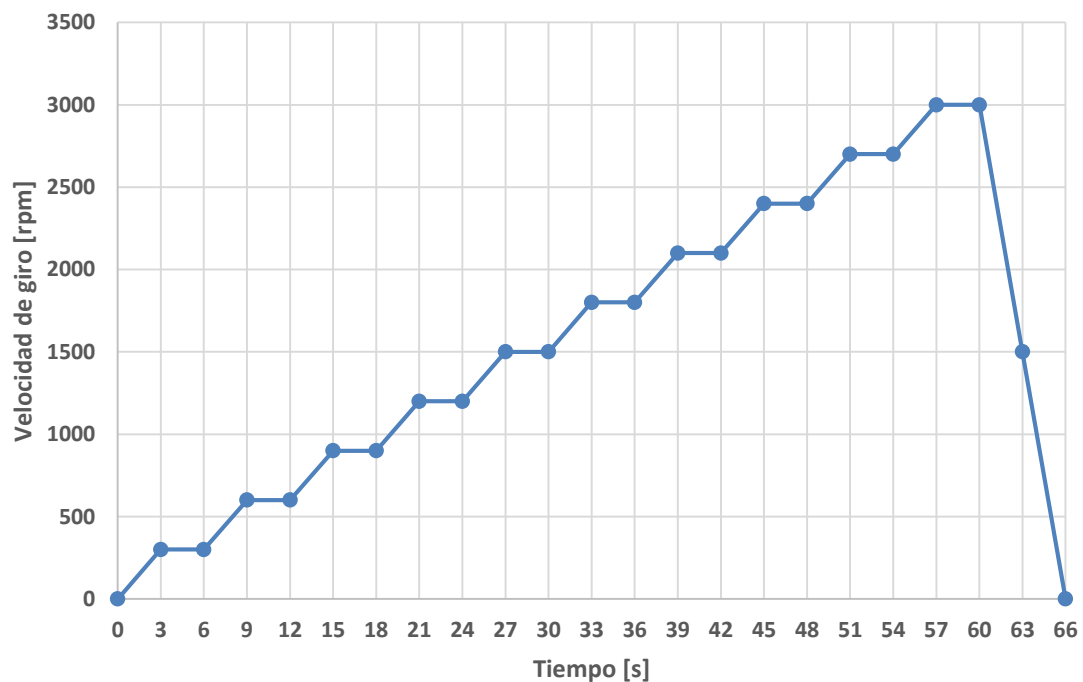


Figura 40.- Perfil de la velocidad de giro durante la medida de fuerza. Los tramos horizontales representan los instantes de medición.

La segunda variación estudia la dependencia de la fuerza de levitación con el espacio entre los imanes y la placa; el *gap*. Al completar el perfil mostrado en la Figura 40 para un valor específico de *gap*, se detiene el motor, se coloca la placa a la nueva distancia y se repite el proceso.

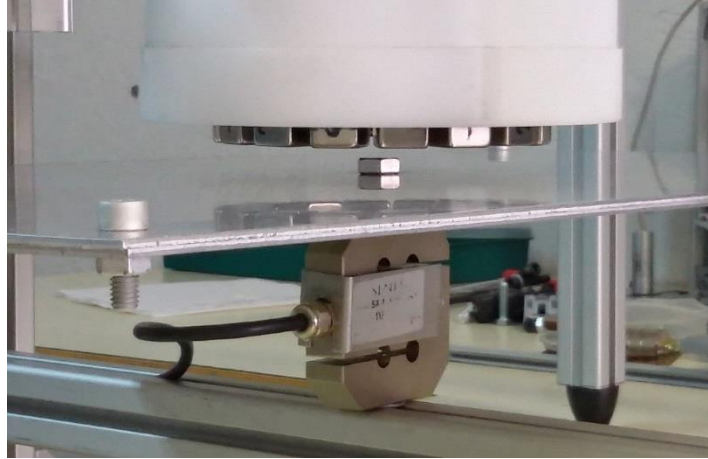


Figura 41.- Variación de diseño con el *gap* máximo de 10 mm

A continuación se muestra en la *Figura 42* y *Figura 43* respectivamente, la variación de la fuerza con la velocidad de giro para un valor de *gap* constante y la variación de la fuerza con el *gap* para una velocidad de giro constante.

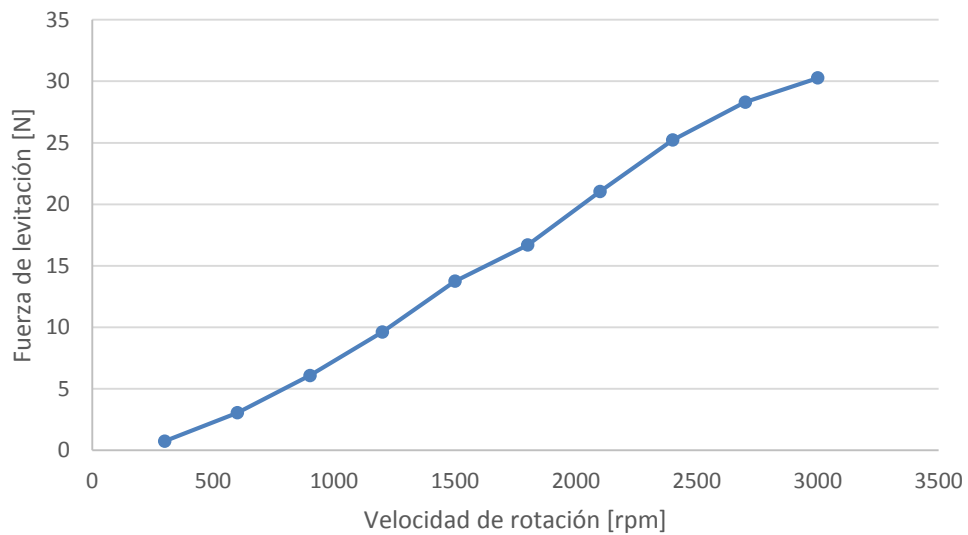


Figura 42.- Fuerza de levitación en función de la velocidad de giro. *Gap* = 4 mm

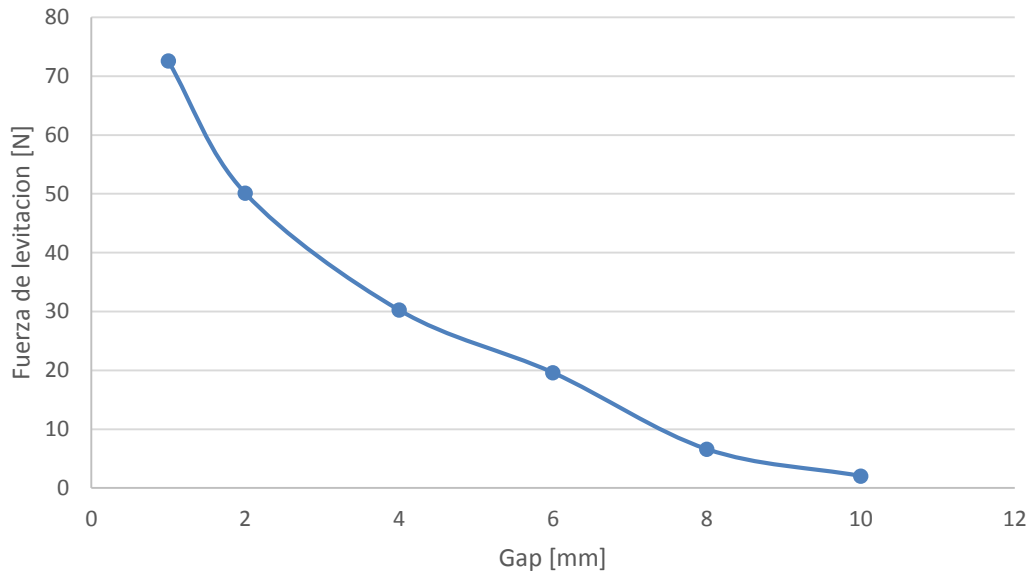


Figura 43.- Fuerza de levitación en función del gap a 3000 rpm

La tendencia observada con estos primeros resultados cumple con la lógica intuitiva: la fuerza de levitación es proporcional a la velocidad de giro e inversamente proporcional al *gap* entre los imanes y la placa, aunque ambas relaciones no son lineales.

Los gráficos resumen más prácticos para englobar las tendencias obtenidas de los ensayos experimentales se muestran en la *Figura 44* y *Figura 45*. Se generalizan los resultados particulares, pudiéndose observar tanto la variación de la fuerza con la velocidad, como el cambio en la curva de fuerza-velocidad para cada valor de *gap*.

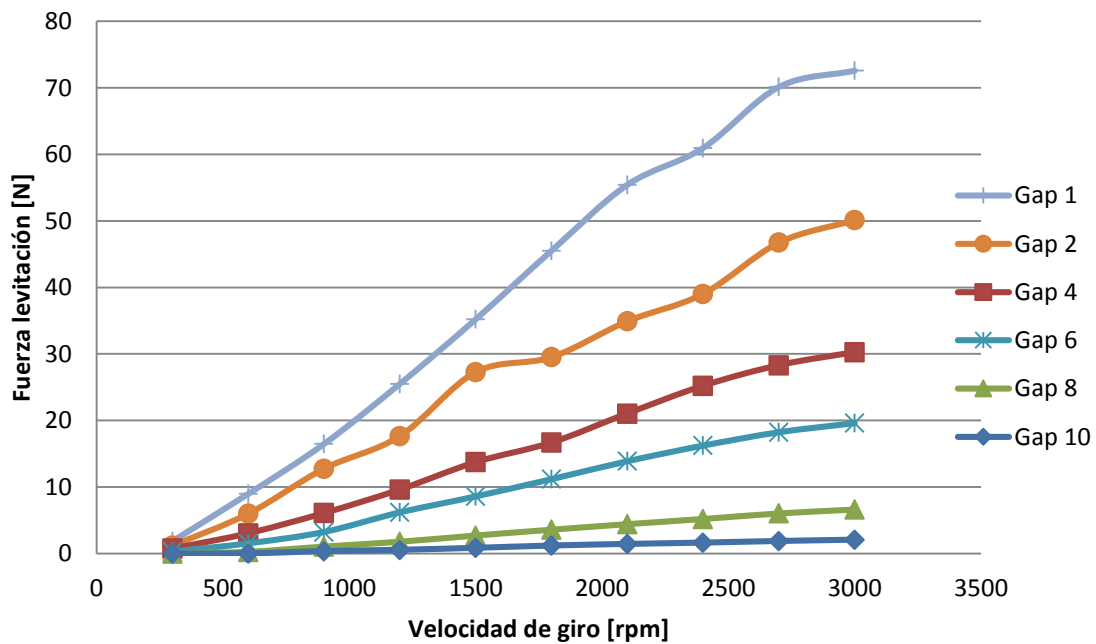


Figura 44.- Dependencia de la fuerza con la velocidad para distintos valores de gap

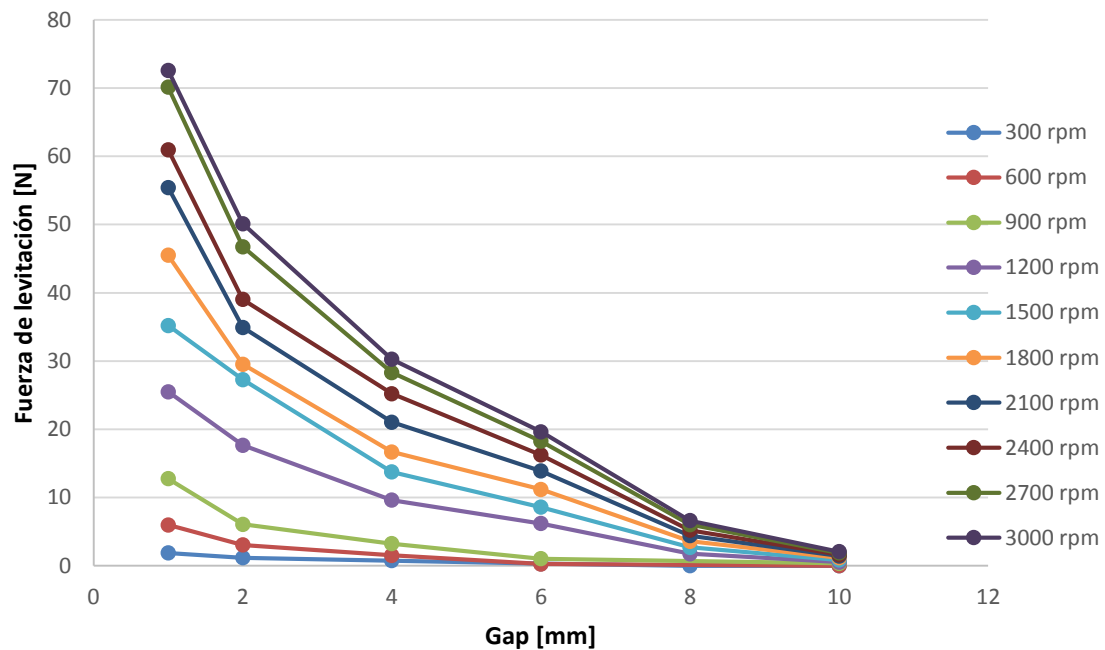


Figura 45.- Dependencia de la fuerza con el gap para distintas velocidades

Las dos observaciones más características tras la realización de los ensayos son:

- Incremento aproximadamente lineal de la fuerza con la velocidad de giro.
- Disminución aproximadamente parabólica de la fuerza de levitación al incrementar el *gap* para una misma velocidad de giro

A continuación se comparan, primero, estos resultados con los obtenidos mediante el modelo de simulación y se realiza seguidamente una interpretación teórica de estas observaciones, basada en las pérdidas energéticas por corrientes de Foucault.

6.2 Comparación modelo - experimento

Siguiendo los procedimientos del capítulo 4, se continúa la serie de simulaciones que siguen a la simulación estándar presentada en la sección 4.3.4. Concretamente, se parametriza el valor del *gap*, variándose dentro del mismo rango que en las pruebas experimentales: entre 1mm y 10mm.

Como ejemplo, se muestra en la *Figura 46* el resultado de la simulación cambiando el *gap* respecto a la configuración estándar, de 4 mm a 2mm. Con este cambio se observa un incremento de la fuerza del 180 %, de 18.4 N a 51.3 N.

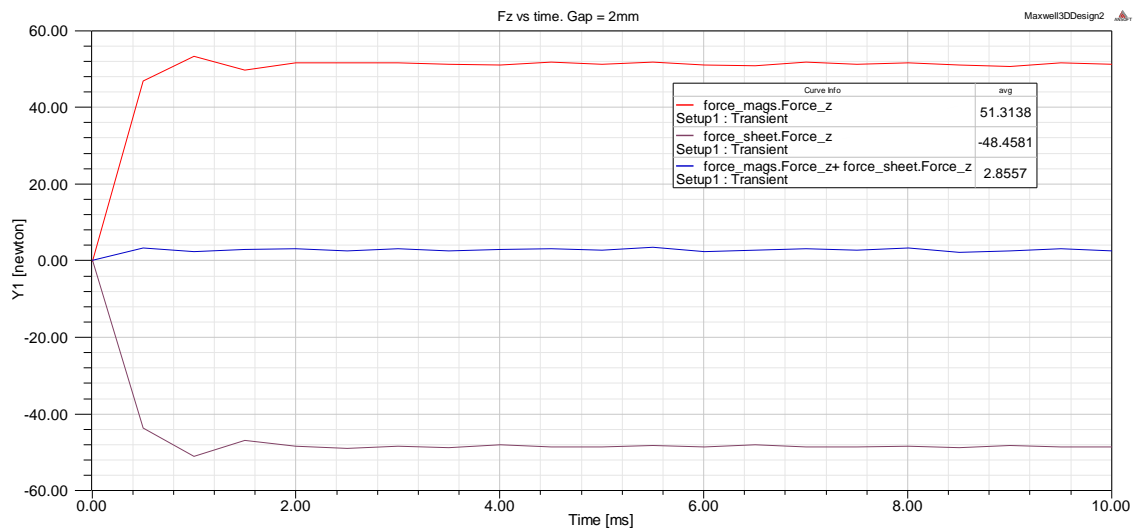


Figura 46.- Evolución de la fuerza de levitación para un *gap* de 2 mm

Al realizar este proceso para distintos valores, se consigue una curva de variación de la fuerza de levitación con el valor de *gap*, equivalente a la curva experimental correspondiente a 3000rpm de la *Figura 45*. Si se superponen ambas curvas, la experimental y la teórica, se obtiene una comparación directa entre las posibles diferencias entre los resultados de uno y otro método. Esta comparación se muestra en forma tabular en la *Tabla 9* y gráficamente en la *Figura 47*.

Tabla 9.- Comparativa de resultados teóricos con experimentales

Valor del gap [mm]	Fuerza de levitación según modelo teórico [N]	Fuerza de levitación según experimento [N]
1	78.0	72.6
2	51.3	50.1
4	18.6	30.3
6	7.4	19.6
8	3.2	6.6
10	1.4	2.1

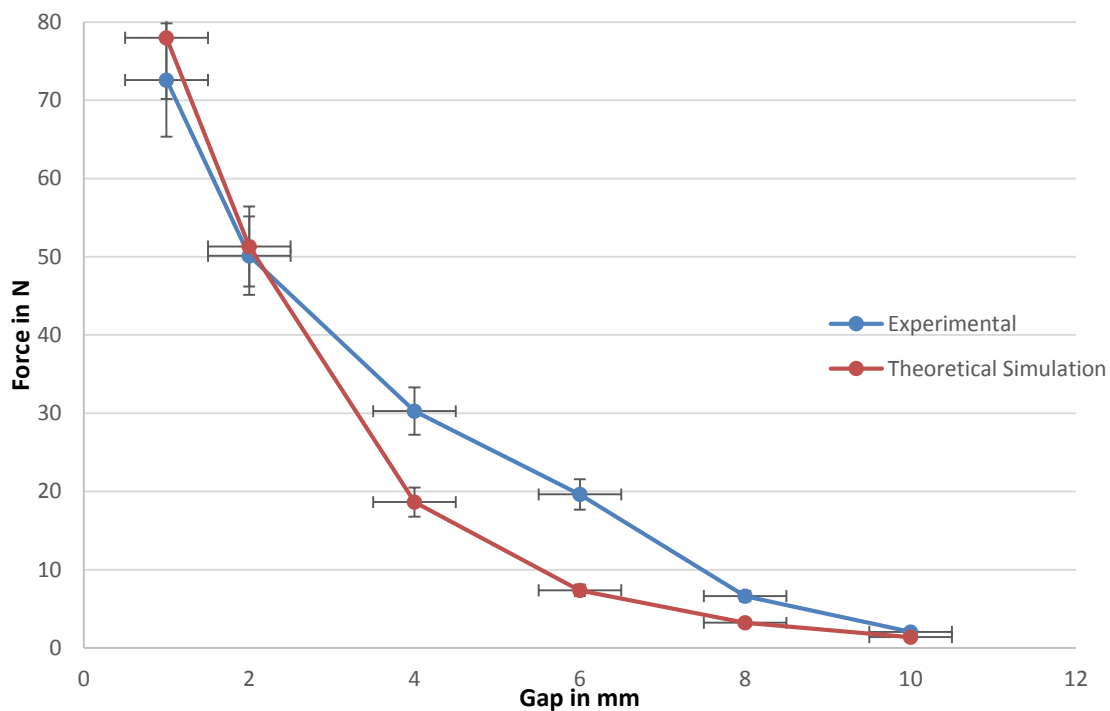


Figura 47.- Comparativa de resultados teóricos con experimentales a 3000 rpm

Estos resultados permiten realizar varias observaciones:

- En comparación con los resultados obtenidos mediante computación numérica, los resultados experimentales parecen coincidir con el modelo de elementos finitos.
- La dependencia entre la fuerza de levitación y el *gap* medida experimentalmente tiene el mismo perfil que la predicha por el modelo.
- La diferencia entre los resultados del modelo y los resultados experimentales es menor para valores menores de *gap*, y aumenta en torno a los valores medios.

En breve, a primera vista los valores del modelo parecen predecir adecuadamente el comportamiento del dispositivo, aunque con una diferencia media del 15% con respecto a resultados experimentales. Las posibles causas de error entre ambos valores se enumeran a continuación:

- Errores en la lectura de las medidas durante el ensayo:
 - De la velocidad de giro del motor
 - Del valor de *gap*
 - En coordinación de medida de la fuerza con la velocidad
 - Propiedades de materiales

- Errores en la configuración de la simulación:
 - Tamaño de región de envoltura insuficiente
 - Mallado inicial inadecuado
 - Mallado insuficiente al añadir movimiento al modelo

En conjunto, las barras de error que se incluyen en las figuras, se han estimado en un 10% para las medidas de la fuerza, y en un valor de 0.5mm para la medida del gap.

Con el fin de obtener más información acerca del posible origen del error, se realiza otra serie de simulaciones equivalente a la resumida en la *Figura 47*, pero a 1800rpm en lugar de a 3000rpm. Los nuevos resultados se vuelven a comparar con la curva de 1800rpm de la *Figura 45*. Como se observa en la *Figura 48*, la tendencia ya comentada en cuanto a perfil y diferencias entre los modelos, se mantiene para este nuevo valor de velocidad angular.

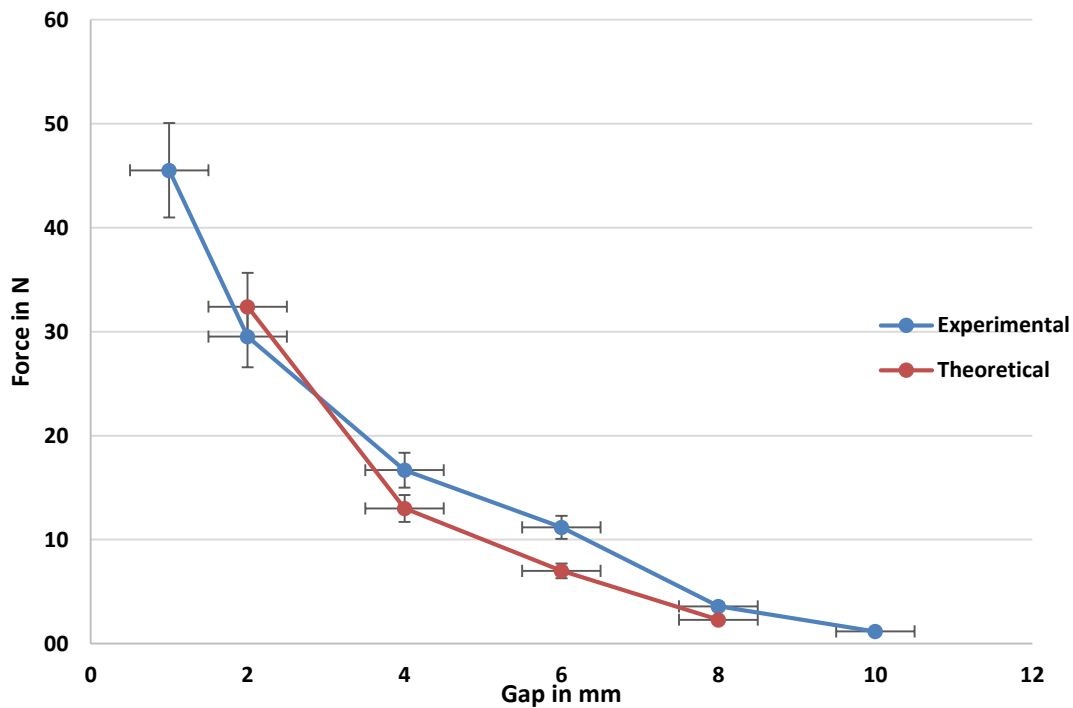


Figura 48.- Comparativa de resultados teóricos con experimentales a 1800 rpm

6.3 Interpretación de los resultados

Es de utilidad realizar una última verificación sobre los resultados obtenidos, para comprobar si coinciden con posibles predicciones basadas en razonamientos lógicos a partir de la teoría de pérdidas energéticas por corrientes de Foucault.

Como se obtiene de la comparativa anterior entre resultados experimentales y modelo de simulación, ambos métodos coinciden predicen las mismas tendencias de variación de la fuerza de levitación. Como verificación adicional a estos ensayos, es de ayuda reflexionar sobre los resultados e intentar obtener alguna explicación lógica que explique estas tendencias.

Para ello, es de utilidad referirse a la *ecuación 6.1*, que relaciona las pérdidas energéticas que se disipan por corrientes de Foucault con el campo magnético que las genera y otras variables del conductor en el que fluyen. [7]

$$P = \frac{\pi^2}{6\rho} e^2 B_m^2 f^2 \quad (\text{E6.1})$$

Donde:

P [W/m³] son las pérdidas generadas por las corrientes de Foucault en el conductor

ρ [Ω·m] es la resistividad del conductor

e [m] es el espesor del conductor

B_m [Tesla] es la amplitud de la inducción magnética alternante

f [Hz] es la frecuencia de oscilación del sistema

6.3.1 Dependencia de la fuerza de levitación con la velocidad de giro

En el primer caso estudiado, se mantiene constante el valor del *gap* entre los imanes y la pista de conductor, por lo que el campo magnético máximo también lo es. Además, lo son las propiedades y la geometría del conductor. Teniendo por último en cuenta la relación entre potencia y fuerza y que la frecuencia de oscilación del campo es cuatro veces la velocidad angular del conjunto, por la disposición en *Halbach array* de los imanes, se desarrolla la *ecuación 6.2*.

$$F \cdot v = F \cdot \omega \cdot R = \frac{\pi^2}{6\rho} e^2 B_m^2 (4\omega)^2 \implies F = K' \cdot \omega \quad (\text{E6.2})$$

Donde K' es una constante global que incluye todas las variables constantes en este caso.

En conclusión, se puede esperar que la relación entre la fuerza de levitación y la velocidad de rotación sea lineal, como se observa en los resultados.

6.3.2 Dependencia de la fuerza de levitación con el gap

En el segundo caso estudiado se realiza un desarrollo similar. En esta ocasión se varía el espacio entre los imanes y la pista manteniendo fija la velocidad de giro, es decir, la frecuencia alternante del campo es fija. Con este razonamiento se llega a la *ecuación* 6.3, en la que la constante K'' incluye todas las constantes del sistema.

$$F \cdot v = F \cdot \omega \cdot R = \frac{\pi^2}{6\rho} e^2 B_m^2 (4\omega)^2 \implies F = K'' \cdot B_m^2 \quad (\text{E6.3})$$

Esta expresión predice una dependencia parabólica entre la fuerza de levitación y el campo magnético máximo. La variación del campo magnético con la altura vertical para alturas inferiores a una medida característica del imán permanente es proporcional a la inversa de la distancia. Por lo que, en conjunto, una variación parabólica como la que resulta de los ensayos, también cumple con la predicción que proporciona este razonamiento.

Conclusiones

A lo largo del desarrollo del trabajo se ha cumplido el principal objetivo de crear un modelo de elementos finitos para simular el comportamiento de dispositivos de levitación activa, y de verificar su validez con la realización de ensayos sobre un prototipo.

El diseño realizado es adecuado para su modelado y ensayo. Analizando los resultados, se observan dependencias de la fuerza de levitación y el par en función de la velocidad de rotación y el *gap* que se ajustan a la lógica de las ecuaciones de pérdidas energéticas por disipación de las corrientes de Foucault. Concretamente, se observa un incremento lineal de la fuerza de levitación con la velocidad de giro y una disminución parabólica de la fuerza de levitación con la separación entre los imanes y la pista.

De la comparativa entre los resultados experimentales y el modelo de simulación en elementos finitos, se obtiene que el procedimiento de simulación es adecuado para modelar el comportamiento de dispositivos de levitación activa. Los perfiles de variación de fuerza y par coinciden con los resultados experimentales. El modelo es capaz de predecir valores de fuerza y par con un error medio del 15% respecto al ensayo.

En el caso en que se genera mayor fuerza de levitación y mayor par asociado, la velocidad de giro es de 3000rpm y el *gap* de 1mm. Con esta configuración se consigue una fuerza de levitación de 75N y transmitir un par de 1.4Nm.

Conclusion

Throughout this project, the main objective of developing a finite element model to simulate the behaviour of active levitation devices was achieved, as well as evaluating its validity after carrying out experimental tests on a prototype.

The initial concept was conveniently designed for its modelling and testing. Analysing the results, the variation of the levitation force and its associated torque with the rotational speed and air gap between magnets and track is studied. These trends are interpreted and follow the logic of predictions according to the equations of power loss dissipation by Eddy currents. Specifically, there is a linear increase of the levitation force with the rotational speed and a quadratic decrease of the levitation force with the air gap between magnets and track.

Comparing the experimental results with the simulation model, the simulation procedure seems adequate for modelling active levitation devices. The trends of variation for levitation force coincide with the experimental plots. The model is able to predict force values and torques with an average error of 15% with respect to the experiments.

The tested configuration with highest levitation force and highest torque, was at a rotational speed of 3000rpm and an air gap of 1mm, resulting on a force of 75N and torque of 1.4Nm.

Referencias

- [1] Brandt, E.H., 1989. Levitation in physics. *Science*, 243(4889), p.349.
- [2] Earnshaw, S.F., 1842. On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the luminiferous ether. *Trans. Camb. Phil. Society*, 7:97–112.
- [3] Hsiao, H-L. , Tunghai University. Materials Science and Engineering: An Introduction, Chapter 20 Magnetic Properties.
- [4] Jiles, C.D., 1998. Introduction to Magnetism and Magnetic Materials. Taylor & Francis Group.
- [5] Tripodi, E., Rizzo, R. & Raugi, M., 2010. A new predictor-corrector approach for the numerical integration of coupled electromechanical equations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2010; 00:1-14.
- [6] ANSYS Maxwell Online Help. 2011 SAS IP, Inc. All rights reserved.
- [7] Moritz, G., GSI Darmstadt, 2009. Eddy currents in accelerator magnets. CAS Magnets, Bruges. CERN Accelerator School.

Anexos

A	B	C	D	E	F
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12

A	B	C	D	E	F
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12

A	B	C	D	E	F
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12

Anexo B: Resultados mediante computación numérica de la Universidad de Pisa

ELECTRO-MECHANICAL LEVITATION DEVICE FOR VALIDATING AND TESTING NUMERICAL CODES [5]

We present a test model useful for the validation of numerical formulations for electromechanical problems with more than one degree of freedom.

The model consists of a magnetic rotor that levitates over a conducting sheet with an initial angular speed. The simultaneous rotational motion of magnets on a nonmagnetic track induces Eddy currents in the track that can simultaneously create lift and thrust forces. The device is shown on Fig. 1.

The Rotor is a Halbach array with 4 pole-pairs. The parameters of the model are shown on Table 1.

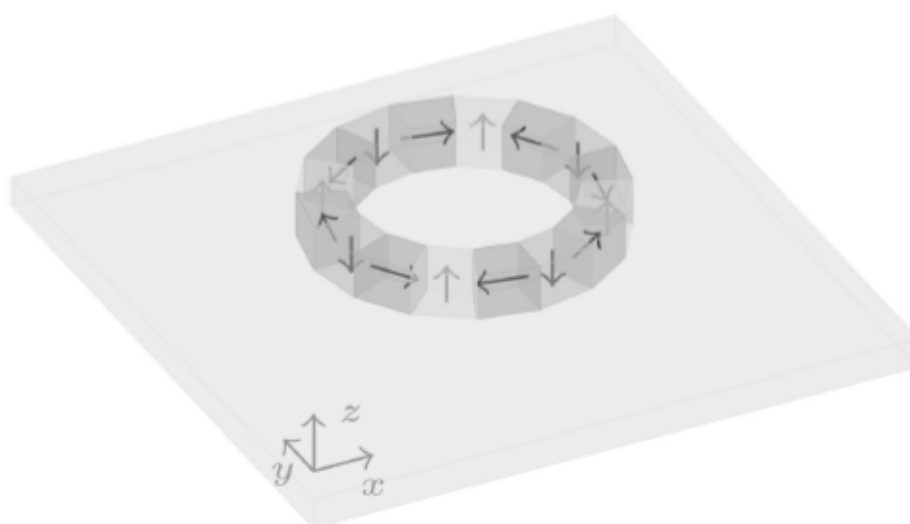


Fig. 1

Initial Angular Velocity	628 rad/s	
Outer radius	0.05 m	
Inner radius	0.035 m	
Track thickness	0.004 m	
Track Conductivity	$59.6 \times 10^6 / (\text{m} \cdot \Omega)$	
Air Gap	0.004 m	
Pole pairs	4	
Magnet width	0.015 m	
Magnet Residual Flux Density	1.36 T	
Magnet Permeability	1.2	

Table 1

The model has been simulated with a numerical code that implements a low frequency integral formulation of the Maxwell equations coupled with the rigid body dynamic equations. The object has been simulated with 6 degrees of freedom (d.o.f.), even if the real d.o.f. of the simulation are just 2.

The device continues to rotate for a little more than 4 seconds. During this time the angular velocity is reduced by the thrust force, and so the lift force decreases, becoming smaller than gravity force, until the device hits the track. The step size of the simulation was $5e-5$ seconds (more than 80000 steps).

For the first 0.01 seconds of the simulation, the device has been kept blocked among the z-axis, in order to allow the current transient to complete. In this phase, the spin device could only rotate around the z-axis. The initial force transient is shown in Fig.2.

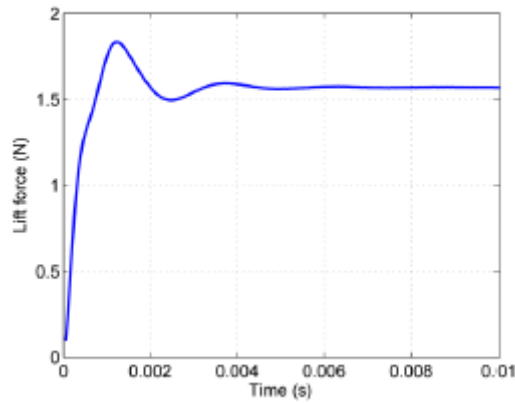


Fig. 2

After this transient, the device has been kept free to move in the 6 d.o.f. The full evolution of the Lift and Thrust forces is shown in Fig. 3 and Fig.4 respectively.

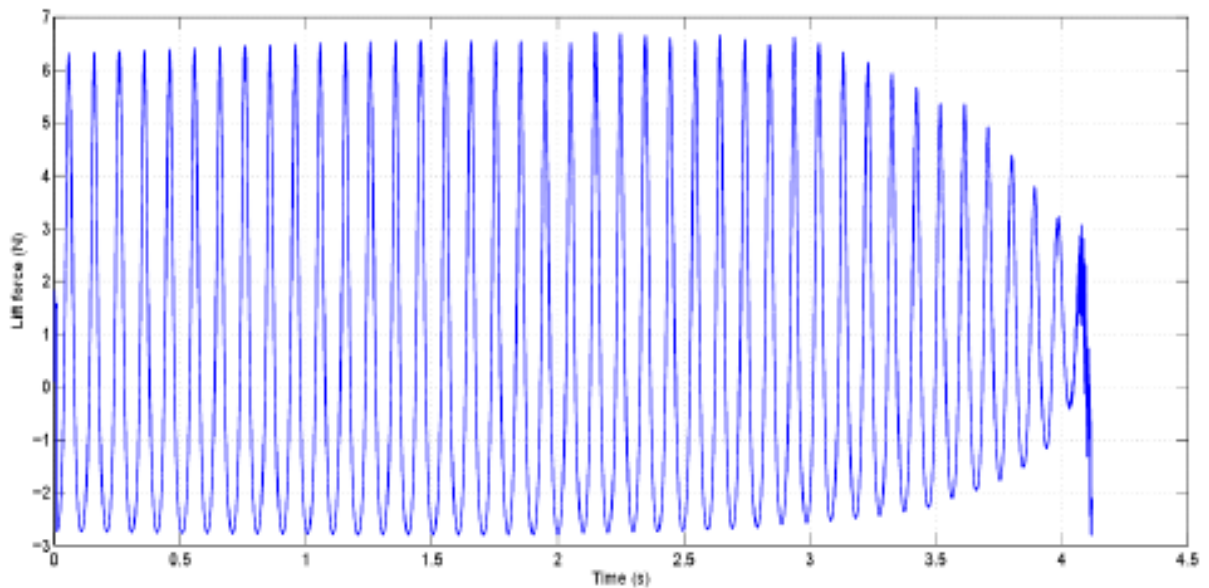


Fig. 3

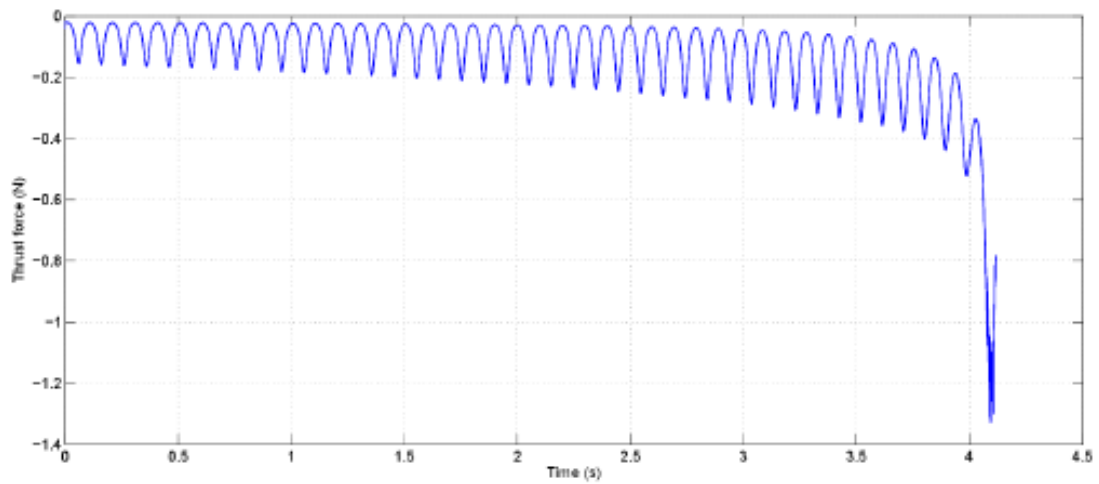


Fig. 4

In Fig. 5 the angular velocity around the z-axis is shown, while in Fig. 6 it can be viewed the position on the z- axis of the centre of mass of the spin device respect to a reference system fixed on the track.

The values of the forces and the position of the device in the last steps of the simulation could be wrong due to the long simulation time and the accumulation of little errors.

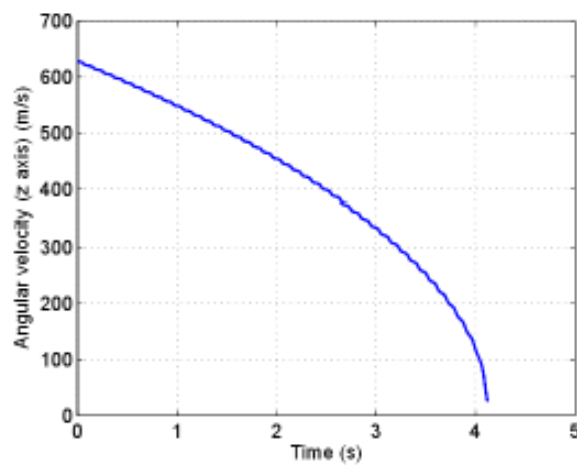


Fig. 5

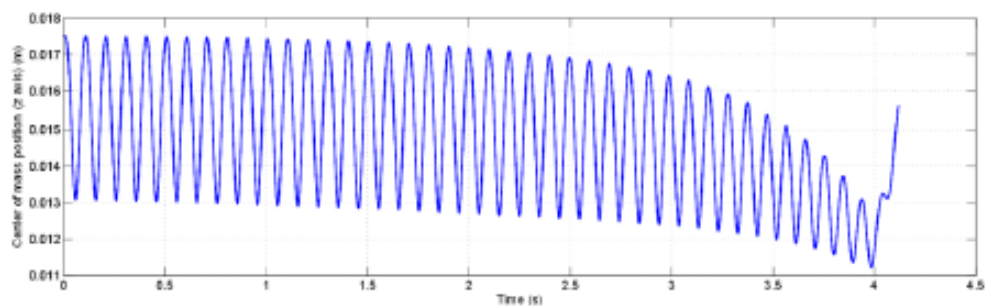


Fig. 6